



Grandes ideias para o ensino e o aprendizado de matemática

Construindo uma proposta pedagógica com base na BNCC

Realização:

instituto **sidarta** 

 **MENTALIDADES MATEMÁTICAS**

 **youcubed**[®]

 **INSTITUTO FEDERAL
SÃO PAULO**

Presidente do Instituto Sidarta
Ya Jen Chang

Direção Pedagógica do Instituto Sidarta
Cláudia Cristina de Siqueira

Direção Administrativa do Instituto Sidarta
Maria Aparecida Schleier

Direção da produção de conteúdo
Jack Dieckmann

Coordenação da produção de conteúdo
Henrique Marins de Carvalho

Consultoria Pedagógica
Maitê N. F. Salinas

Produção de conteúdo
Henrique Marins de Carvalho
Jack Dieckmann
Maitê N. F. Salinas
Márcia Rodrigues Santos
Natan Onoda
Tiago Oliveira Dias Muniz

Contribuição
Marina França
Grupo de pesquisa em Matemática e Educação para a Equidade (IFSP)
Revisão técnica
Elizabeth Leopoldina da Silva Laissa Figueiredo do Valle
Tayna Buchara Camargo

Edição
Márcia Rodrigues Santos

Diagramação e Arte
Bruna Marchi

Agradecimentos
Carol Piaia
Hedil Pereira de Lima

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Grandes ideias para o ensino e o aprendizado de matemática [livro eletrônico] :
construindo uma proposta pedagógica com base na BNCC / Henrique Marins
de Carvalho...[et al.]. -- São Paulo : Instituto Sidarta, 2025.
PDF

Outros autores: Jack Dieckmann, Maitê N. F. Salinas, Márcia Rodrigues Santos,
Natan Onoda, Tiago Oliveira Dias Muniz.
Bibliografia.

ISBN 978-65-89251-08-8

1. Aprendizagem 2. BNCC - Base Nacional Comum Curricular 3. Matemática - Es-
tudo e ensino 4. Prática de ensino I. Carvalho, Henrique Marins de. II. Dieckmann,
Jack. III. Salinas, Maitê N. F. IV. Santos, Márcia Rodrigues. V. Onoda, Natan. VI.
Muniz, Tiago Oliveira Dias.

25-298998.0

CDD-510.7

Índices para catálogo sistemático:
1. Matemática : Prática de ensino : Educação
matemática 510.7
Eliane de Freitas Leite - Bibliotecária - CRB 8/8415

SUMÁRIO

PARTE 1 | FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

1. O que é Mentalidade Matemática? Quais os objetivos deste texto?	6
1.1 O Brasil e seu Futuro Matemático	6
1.2 Dados do PISA sobre o Brasil	6
1.3 Resultados do Curso de Férias no Brasil e nos Estados Unidos da América	7
1.4 Objetivos deste Documento.	8
1.5. O que é a matemática de fato?	9
1.6 Abordagem da Mentalidade Matemática	9
1.7 Descobertas a partir da literatura sobre o Ensino da Matemática:	11
1.8 Como usar este documento:	11
2. Alguns apontamentos sobre currículo e BNCC (para melhor compreender o que estamos fazendo)	14
2.1 Definição e níveis	14
2.2 O que deve ser ensinado?	15
3. Abordagem Mentalidades Matemáticas	18
3.1 Desenvolvimento intelectual	19
3.2 Como isso pode acontecer na prática?	19
4. Ambiente seguro para a aprendizagem/Múltiplas habilidades	20
5. Práticas de Mentalidades Matemáticas	21
5.1 Cultura de Mentalidade de Crescimento	21
5.2 A Natureza da Matemática	22
5.3 Desafio e Esforço	23
5.4 Conexões e Colaborações	23
5.5 Avaliação.	24
6. O que é uma grande ideia em matemática?	26
6.1 Por que identificar grandes ideias na Matemática	26
6.2 Como determinar (selecionar, descobrir) as grandes ideias	27
7. Por que nós precisamos de aprendizagem conectada?	29
8. Como desenvolvemos o mapa conceitual?	31

PARTE 2 | O QUE É CADA GRANDE IDEIA? COMO USAR NA PRÁTICA

9. Por quê? Explicar os enfoques - Mapas Grandes ideias do 6º ano	39
9.1 Como os números são organizados em “famílias”? Como os números são constituídos?	39
9.2 Medindo o mundo: Quantas vezes cabe? Por que medimos? O que medimos? Como medimos?	39
9.3 Flexibilidade numérica: representando números e calculando resultados	40
9.4 Mantendo o equilíbrio (equações e balança)	41

9.5 O mundo numa folha de papel. Ampliando e reduzindo figuras. O que muda? O que permanece?	41
9.6 Investigando e desenhando figuras 2D e 3D (Como se relacionam? Quais são suas características?)	42
9.7 Fazendo pesquisas: O que quero saber? Quais perguntas fazer? Como ler e representar as informações?	42
9.8 Como medir a sorte (o acaso)?	43
10. Quais são as implicações?	44
11. Como eu posso integrar essa abordagem conectada ao meu currículo? Práticas de ensino?	45
12. Construindo e mantendo uma comunidade de aprendizagem	47

PARTE 3 EXEMPLOS DE ATIVIDADES PARA CADA GRANDE IDEIA

13. Atividades propícias à Abordagem de Mentalidades Matemáticas.	50
13.1 Mantendo o equilíbrio (equações e balança)	50
13.2 O mundo numa folha de papel. Ampliando e reduzindo figuras. O que muda? O que permanece?	52
13.3 Investigando e desenhando figuras 2D e 3D (como se relacionam? Quais são suas características?)	54
13.4 Flexibilidade numérica: representando números e calculando resultados	56
13.5 Como os números são organizados em “famílias”? Como os números são constituídos?	57
13.6 Medindo o mundo: Quantas vezes cabe? Por que medimos? O que medimos? Como medimos?	58
13.7 Fazendo pesquisas: o que quero saber? Quais perguntas fazer? Como ler e representar as informações?	63
14. Como medir a sorte (o acaso)?	64
14.1 Atividade: Qual time vai ganhar?	64
11. Referências Bibliográficas	66

PARTE 1

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

1. O que é Mentalidade Matemática? Quais os objetivos deste texto?

1.1 O Brasil e seu Futuro Matemático

Iniciamos este documento convidando o leitor a observar dois importantes conjuntos de dados. Eles representam a realidade atual e o futuro potencial da aprendizagem de matemática no Brasil. Se você tiver a oportunidade de discutir sobre eles com colegas, ainda melhor. Nós fornecemos pequenos resumos para melhor compreensão dos contextos, e links para estudos mais aprofundados. Ao examinar esses dados, pergunte a si mesmo: O que você observa? Que perguntas você tem? Que implicações esses dados podem exercer sobre você em seu trabalho?

1.2 Dados do PISA sobre o Brasil



Fonte: <https://www.oecd.org/pisa/>

Breve Resumo sobre o PISA: O Programa Internacional de Avaliação dos Estudantes (PISA) é um teste de aprendizagem oferecido em todo o mundo pela Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE). As avaliações medem o desempenho acadêmico de alunos com 15 anos de idade em Matemática, Ciências e Leitura. As avaliações começaram em 2000 e depois foram aplicadas a cada três anos. O objetivo do PISA é fornecer dados comparáveis que incentivem os países a melhorar suas políticas e resultados educacionais. Outros itens com informações e amostras podem ser encontrados no site do [PISA](https://www.oecd.org/pisa/).

1.3 Resultados do Curso de Férias no Brasil e nos Estados Unidos da América

Breve Resumo sobre o Curso de Férias de Matemática: Um curso de férias de matemática com duração de 10 dias foi realizado com alunos do 5º ano em uma escola pública em Cotia - SP, seguindo o padrão de um curso desenvolvido pela professora Jo Boaler na Universidade de Stanford com duração de 18 dias.



Resultado do Summer Camp nos Estados Unidos, 2015¹



Resultado do Curso de Férias realizado em Cotia, São Paulo - 2020

FONTE: <https://mentalidadesmatematicas.org.br/alunos-evoluem-em-10-dias-o-equivalente-a-13-ano-de-escolaridade-em-matematica-apos-curso-de-ferias-2/>

Os alunos receberam testes pré e pós-curso baseados numa avaliação de desempenho chamada MARS (Projeto de Avaliação em matemática)². Detalhes sobre o currículo, práticas de ensino e resultados de testes podem ser encontrados em [Mentalidades Matemáticas](https://mentalidadesmatematicas.org.br/).

Dando ênfase aos desempenhos dos estudantes brasileiros, vemos que em 10 dias de curso 96 % finalizaram o curso compreendendo que os erros fazem parte do

¹ Para saber mais sobre esse curso acesse: <https://www.youcubed.org/resources/youcubed-summer-math-camp-2015/>.

² Tradução livre do inglês Mathematics Assessment Project.

processo de aprendizagem. Já no quesito gênero, as meninas tiveram um desempenho 3,5 vezes superior ao dos meninos - quebrando o estereótipo de que matemática é para homens.

Com essa análise inicial de dados contrastantes, esperamos despertar curiosidade e discussões entusiasmadas em relação aos caminhos que o Brasil está tomando em termos da aprendizagem matemática de seus alunos.

1.4 Objetivos deste Documento

Nos últimos três anos, um grupo de professores de matemática, pesquisadores na área de educação e filantropos dos Estados Unidos e do Brasil têm buscado trazer uma nova abordagem para o ensino e a aprendizagem da matemática no Brasil, chamada de Mentalidades Matemáticas. O polo desse trabalho está localizado no Instituto Sידarta em parceria com o [Youcubed](#) Center da Universidade de Stanford, sob o patrocínio do Itaú Social. Esta parceria patrocinou seminários, traduziu publicações importantes, treinou um grupo de professores, recebeu webinars, conduziu pesquisas em sala de aula, promoveu cursos online e estabeleceu redes de aprendizagem em todo o Brasil, tudo para desenvolver a Mentalidade Matemática dentro de um contexto brasileiro, o que chamamos de Tropicalização. Nessa mesma linha de atuação, vemos que a incorporação desse trabalho ao currículo nacional brasileiro é naturalmente adequada.

O objetivo deste documento é propor uma forma mais gerativa de conceber a criação, o desenvolvimento e a implementação do currículo de matemática, de modo que ele seja coerente com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e reflita as últimas descobertas das pesquisas sobre o ensino matemático por meio das Mentalidades Matemáticas. Este documento relata o trabalho sinérgico que iniciamos na urdidura da BNCC com as Mentalidades Matemáticas. Sabemos que, ao considerá-las em conjunto, as escolas terão acesso a um currículo local coerente, focado nos aprendizados principais e bem articulado entre as séries. Fornecemos alguns exemplos específicos deste trabalho neste documento.

Somos a parte inicial deste projeto desafiador. Concebemos este documento como um material de discussão no qual expandimos uma abordagem baseada nas “grandes ideias para o ensino e o aprendizado”. Documentamos nosso processo e nossos produtos gerados a partir de muitas conversas e de análises conjuntas, que fizeram parte da nossa construção de sentido. Oferecemos isso como um exemplo, um ponto de partida, e um convite para que grupos locais e virtuais de educadores, e outras partes interessadas, abracem essas ideias e participem das conversas e debates.

Ao longo deste trabalho, colaboramos com professores, formadores de professores, especialistas em currículo, especialistas em matemática, especialistas em pedagogia e pesquisadores. Cada função acrescenta uma perspectiva única e vital. Queremos destacar especialmente o papel do professor. Vemos a atividade de mapeamento das “grandes ideias para o ensino e a aprendizagem” como essencial para que os professores sejam plenamente incluídos nesse processo, e não vistos apenas como implementadores de um currículo desenvolvido por outros.

1.5. O que é a matemática de fato?

Esta pode parecer uma pergunta esquisita, pois certamente todos acreditamos saber o que é a matemática. É o que acontece durante a aula de matemática, ou o que acontece no livro didático, ou nos testes de matemática. Mas será que a matemática é realmente isso?

A partir de um olhar mais aprofundado, queremos analisar essa natureza da matemática enquanto disciplina e usar isso como base para o desenvolvimento curricular. Quando perguntamos ao público em geral o que é a matemática, as pessoas costumam dizer que são cálculos, fórmulas e regras tais como “dois negativos fazem um positivo”, regras de três e divisão. Quando a matemática é apresentada dessa forma, apenas como um conjunto de regras e cálculos, por que será que achamos surpreendente que muitos desistam dela? Mas quando levamos essa pergunta aos matemáticos e estudamos o que fazem, vemos que a matemática é de modo geral considerada o estudo dos padrões, e esses padrões aparecem tanto em números, dados, formas, espaços e probabilidades, como também em cruzamentos entre estes. O que é ainda mais surpreendente para muitos é como a matemática pode ser visual, e não apenas números e fórmulas. As ideias da matemática também estão muito conectadas, apesar de não serem apresentadas assim nas escolas.

1.6 Abordagem da Mentalidade Matemática

A mentalidade matemática chamou atenção de muita gente em todo o mundo. Desenvolvida por Jo Boaler em seu centro youcubed, a abordagem da mentalidade matemática tem sido usada em mais de 140 países e continua crescendo. Uma descrição completa dessa abordagem está em *Mentalidades Matemáticas* (2018), disponível em português. Podemos, contudo, resumi-la brevemente como uma abordagem do ensino e da aprendizagem da matemática baseada nas pesquisas mais recentes em Psicologia, Neurociência e no conhecimento acumulado sobre o ensino de matemática.

Evidências da Psicologia: A Mentalidade Matemática (MM) lança mão do trabalho pioneiro de Carol Dweck, também da Universidade de Stanford. Em muitos estudos e contextos, Dweck descobriu que o que pensamos sobre nossa inteligência afeta nosso desempenho. Ela categorizou duas categorias amplas, hoje bastante conhecidas como mentalidade fixa e mentalidade de crescimento. Quando temos uma mentalidade fixa sobre nossas habilidades e inteligência, acreditamos que já nascemos com elas e que não há nada que possamos fazer para alterar isso. Achamos que isso é uma qualidade inata, semelhante a uma característica genética, ou você tem, ou não tem. Nas escolas, onde todos nós conhecemos esses conceitos, costumamos ouvir as pessoas dizerem: “Não sou de Exatas, sou de Humanas”. Essa convicção é cultivada em muitos alunos ao longo do período escolar com mensagens sutis, e não tão sutis assim. Se os alunos passam a acreditar que não têm capacidade de aprender matemática, a aula se torna um lugar de frustração e ansiedade, o que inviabiliza ainda mais o aprendizado. Cada vez que um aluno com mentalidade fixa erra na matemática, isso só reforça ainda mais a sua crença na limitação inerente. Os erros são fontes de vergonha para ele. Por outro lado, alguns alunos seletos são identificados como “habilidosos em matemática”.

Contudo, mesmo para esses alunos, a mentalidade fixa é igualmente limitante. Em uma série de entrevistas feitas com alunos de alto desempenho em Stanford, encontramos bastante ansiedade naqueles que eram rotulados como “prodígios”; muitos tinham medo de errar e, assim, perder esse status. Muitos alunos se recusavam a correr riscos na aprendizagem, atendo-se apenas às áreas nas quais sabiam que podiam se sair bem. Em suma, o rótulo da inteligência fixa é limitante, independentemente de você acreditar ser capaz ou não.

Refleta: Reserve um momento agora para pensar sobre sua experiência com a matemática na escola. Que mensagens você recebeu? Elas foram diferentes para outros? Como você acha que essas mensagens impactaram as escolhas de sua carreira e vida?

Embora a ideia da mentalidade tenha se popularizado mais nas escolas, também temos visto uma compreensão bastante superficial do poder desta ideia. Muitas escolas têm usado a mentalidade como um discurso motivacional para os alunos, ou têm colado cartazes sobre mentalidade de crescimento em suas salas de aula. Nessas abordagens, está implícita a ideia de que são os alunos que precisam mudar, que precisam acreditar em si mesmos, ter mais confiança etc. Essa é uma abordagem falha, porque relega toda a responsabilidade aos alunos e não faz nada para mudar as estruturas escolares de fato (atividades, currículo, práticas de ensino, avaliações de matemática) que continuamente transmitem mensagens de mentalidade fixa aos alunos. A maioria dos professores que possuem mentalidade fixa nem mesmo está ciente dessas mensagens porque elas se naturalizaram. Queremos fornecer orientação para que o desenvolvimento do currículo transmita explicitamente as mensagens que promovem uma mentalidade de crescimento.

Traduzindo Achados da Neurociência: Por várias décadas, educadores têm se interessado em aplicar as ideias provenientes do estudo do cérebro humano. No entanto, essas abordagens têm sido mal direcionadas e são, por vezes, limitantes. Talvez os leitores se lembrem dos estudos sobre o cérebro que analisaram as diferentes funções dos hemisférios cerebrais. Os educadores, ansiosos para traduzir este trabalho, rapidamente desenvolveram maneiras de categorizar os alunos como “de cérebro esquerdo” ou “de cérebro direito”, aprendizes visuais ou alunos sinestésicos, e assim por diante. A ideia ingênua era descobrir a melhor modalidade de ensino para um determinado aluno. Com a melhor das intenções, essas ideias tinham valor limitado no auxílio a todos os alunos. Felizmente, sabemos mais sobre a complexidade do cérebro, sobre como nossas experiências o moldam e como a plasticidade cerebral oferece muita esperança para que os objetivos de alta aprendizagem sejam atingidos.

Com base em décadas de pesquisa nas salas de aula de escolas de todo o mundo, sabemos que o ensino tradicional de matemática reforça a velocidade e a memorização, muitas vezes sem que haja entendimento por parte do aluno. Essas condições geram a ansiedade matemática e a aversão à matéria. E, infelizmente, o aumento do estado de ansiedade oblitera partes do cérebro que são usadas para a resolução de problemas de maneiras criativas e a tomada de decisões. Esses níveis de ansiedade costumam alcançar o nível do trauma devido a práticas de ensino como os cálculos cronometrados ou ao sentir medo de errar no quadro diante de toda a turma. Assim, a abordagem da MM combate isso de frente recriando as normas de sala de aula para que a “decoreba” e a velocidade não sejam mais priorizadas, o que favorece um

raciocínio mais profundo e cuidadoso. Alguns professores têm se preocupado de que os alunos não consigam desenvolver as habilidades necessárias para se saírem bem em matemática nos anos seguintes caso não recebam exercícios de repetição. Mas nós sabemos que são justamente esses tipos de exercícios que fazem com que os alunos queiram se afastar da matemática o mais rápido possível. Em vez disso, Boaler e seus colegas ofereceram um artigo de ampla circulação chamado [Fluência sem Medo](#) para fornecer orientação prática aos professores. Além de eliminar o medo e a ansiedade do aprendizado matemático, as descobertas da neurociência também lançam luz sobre a atividade cerebral que ocorre quando aprendemos a matéria. Por exemplo, agora entendemos que a parte do cérebro responsável pelas visualizações está muito ligada ao aprendizado matemático. É por isso que enfatizamos o uso de recursos visuais na abordagem da MM. Boaler publicou um [artigo](#) sobre esse tópico.

1.7 Descobertas a partir da literatura sobre o Ensino da Matemática:

Juntamente com as descobertas da psicologia e da neurociência, a abordagem da MM vale-se da imensa fonte de aprendizados obtidos a partir das pesquisas sobre ensino de matemática para apoiar o aprendizado dos alunos na disciplina. As atividades da MM são desafiadoras, oferecem alta demanda cognitiva (SMITH; STEIN), proporcionam oportunidades de resolução de problemas não rotineiros (Polya, Schoenfeld, Onuchic, Allevato), oferecem a modelagem matemática (LESH; NCTM; BASSANEZI; BIEMBENGUT), apresentam a matemática como a busca do sentido (CARPENTER; BURNS), organizam o aprendizado para a interação e a colaboração entre os colegas (BOALER e STAPLES), usam a avaliação formativa para orientar o aprendizado (BLACK & WILIAM; LUCKESI), e, mais recentemente, usam a estrutura das conversas numéricas (PARKER; HUMPHRIES).

Ao entretecer o poderoso aprendizado dessas três áreas, a abordagem da MM nos fornece uma base teórica e aplicações práticas para traçar um novo curso de matemática para os brasileiros. Quando eliminamos o medo e a ansiedade, oferecemos uma matemática desafiadora e conectada, que é visual, aberta e criativa, e permitimos que os alunos colaborem, vemos que todos obtêm um bom desempenho.

A abordagem da MM consegue atender às demandas do aluno do século 21, que precisará ter literacia em dados, compreendendo grandes conjuntos de dados. Como cidadãos plenamente engajados, os alunos no século XXI precisarão tomar decisões globais nas áreas de saúde, de política e de meio-ambiente. Nosso futuro precisará de "alunos conectados" que possam enfrentar os problemas complexos ao redor. Também precisarão estar preparados para carreiras que dependem da matemática, necessárias para o fomento de uma economia nacional e uma vida cívica vibrante.

1.8 Como usar este documento:

Pretendemos que este documento seja usado por diferentes públicos. Para professores e seus departamentos de matemática, vemos o trabalho de difundir as grandes ideias para o ensino e o aprendizado como um processo dinâmico, que ganha uma compreensão mais profunda a partir do exame de sua prática e do olhar para a aprendizagem dos alunos. Para os desenvolvedores de currículos, achamos que essa

estrutura será útil para a organização de sequências de aprendizagem que incorporam a abordagem da MM. Para os formadores de professores (graduandos e professores profissionais), sabemos que o professor precisará de apoio na compreensão e execução das práticas de ensino necessárias. Imaginamos que novas linhas de pesquisa interessarão os pesquisadores na área de educação, uma vez que nossa base de conhecimento ainda está vindo à tona. E, por fim, esperamos que os desenvolvedores de avaliações ajudem a encontrar maneiras de capturar as evidências de aprendizado que vêm da abordagem da MM.

Após esta introdução, a próxima seção (Alguns apontamentos sobre currículo e BNCC) tem o objetivo de esclarecer terminologias utilizadas nos estudos sobre currículos e na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) que serão utilizadas ao longo deste texto que mescla relato de atividades de um grupo colaborativo, propostas de abordagens pedagógicas e um convite à reflexão sobre a prática do ensino de Matemática.

O grupo responsável pelo presente trabalho é formado por representantes diversos da comunidade de educadores: professoras e professores, gestores, pesquisadores e formadores de docentes. Essa pluralidade permitiu a interpretação das diretrizes curriculares, sob a ótica de princípios pedagógicos vinculados aos estudos de Mentalidades Matemáticas e com o objetivo de fomentar a produção de intervenientes dedicados ao ensino e à aprendizagem de Matemática de uma forma eficaz e criativa.

A abordagem denominada Mentalidades Matemática, desenvolvida pela educadora Jo Boaler, reúne elementos de pesquisas tanto da própria área da Educação como de recentes estudos da neurociência e tem como fundamentos algumas premissas como "Qualquer pessoa pode aprender Matemática", "Erros são um sinal de que a pessoa está pronta para aprender", "A memorização não é tão importante quanto a compreensão" e "A velocidade não é tão importante quanto o pensamento cuidadoso". Esses princípios contrariam certas concepções construídas - equivocadamente - a respeito do aprendizado de Matemática e a mudança do pensamento deve ser incentivada tanto em relação aos alunos como professores e mesmo a sociedade, em geral. As seções **Abordagem Mentalidades Matemáticas** e **Práticas de Mentalidades Matemáticas** oferecem mais detalhes tanto do ponto de vista teórico como sugestões para identificar mudanças de comportamento consideradas importantes, inclusive comentando sobre um elemento que é bastante valorizado nessas práticas: o trabalho em grupo.

Delineadas as bases deste trabalho, definimos e explicamos a concepção adotada para o termo grandes ideias, que foi utilizado como instrumento conceitual para a organização dos objetos de aprendizagem. Os referenciais teóricos e os critérios para a elaboração das grandes ideias são encontrados na seção **O que é uma grande ideia em matemática?**

Nessa etapa do texto, temos a oportunidade de convidar a uma reflexão tendo como base as informações até então oferecidas: por que buscar uma forma de seleção e agrupamento dos tópicos da matemática escolar diferentes daqueles usualmente encontrados nos sumários dos livros didáticos? Que tipo de aprendizado pode ser estimulado por essas mudanças? Argumentamos sobre essas questões em **Por que nós precisamos de aprendizagem conectada?**

Um relato do processo de elaboração do mapa de grandes ideias para o 6º ano do Ensino Fundamental está disposto em **Como desenvolvemos o mapa conceitual?**

Seguido de comentários sobre cada uma das grandes ideias com a lista dos objetos de aprendizagem e habilidades reunidas sob cada título, na seção **Por quê? Explicar os enfoques - Mapas Grandes ideias do 6º ano**.

Em outro momento de reflexão trazemos à pauta a consciência de que qualquer organização curricular é apenas um elemento do sistema complexo que é a Escola, influenciada por diversas instâncias tanto internas quanto externas. Na seção **Quais são as implicações?** Comentamos que qualquer proposta de interpretação das diretrizes curriculares sofrerá, portanto, em algum nível, o impacto das avaliações externas, das pesquisas acadêmicas e das decisões governamentais e empresariais que visem direta ou indiretamente à educação escolar.

Como disse o poeta, “o caminho se faz ao caminhar”, então a seção **Como eu posso integrar essa abordagem conectada ao meu currículo? Práticas de ensino?** Traz recomendações a serem colocadas na prática docente cotidiana baseadas nas propostas até então comentadas. Além disso, reconhecendo que é imprescindível, para o aperfeiçoamento profissional, o diálogo e a crítica, é recomendado em **Construindo e mantendo uma comunidade de aprendizagem (para professores e professoras)** que as experiências sejam compartilhadas, seja com os colegas da própria escola ou em redes mais amplas e diversas.

A necessidade de que tanto docentes como estudantes sintam-se bem durante a realização das atividades voltadas ao aprendizado é o tema da seção **Ambiente seguro para a aprendizagem / Múltiplas habilidades**, que traz considerações sobre a importância da valorização do esforço, do respeito mútuo e do fortalecimento da confiança pessoal na capacidade de aprender cada vez mais.

Concluimos este material com a apresentação de **Atividades propícias à Abordagem de Mentalidades Matemáticas** baseadas no mapa construído pelo grupo, oferecendo para cada atividade proposta comentários sobre seu uso em sala de aula, materiais necessários, possibilidades de extensão ou adaptação e sobre quais as conexões entre as grandes ideias podem ser verificadas e estimuladas.

2. Alguns apontamentos sobre currículo e BNCC (para melhor compreender o que estamos fazendo)

2.1 Definição e níveis

Conforme aponta Sacristán³ (2010), “O currículo é um conceito que dentro do discurso sobre educação nomeia e demarca uma realidade existente e importante nos sistemas educacionais; um conceito que, embora seja verdade que não abarca toda a realidade da educação, tornou-se um dos mais densos e extensos núcleos de sentido para compreendê-la no âmbito social, cultural, compreender as várias formas em que foi institucionalizado”.

O mesmo autor classifica três “planos” ou “ordens” do Currículo, a saber:

1. os fins, objetivos ou motivos que nos orientam (explícitos no texto normativo ou nos projetos desenvolvidos);
2. as ações ou atividades que desenvolvemos (práticas de ensino); e
3. os resultados verificados nos estudantes (aproximações feitas por avaliações).

Apoiados em Grundy⁴ (1998, apud SACRISTÁN, 2010), identificamos que o “currículo oficial” ou “currículo prescrito” (1) corresponde apenas a uma primeira etapa, um projeto, considerando uma “visão processual” do currículo.

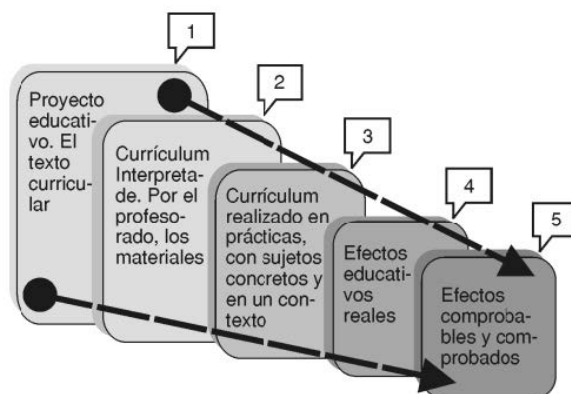


Figura 1.4. Esquema de la concepción del currículum como proceso y praxis.

A interpretação do projeto verificada na produção de materiais (livros didáticos, apostilas) corresponde ao nível do “currículo apresentado” (2) e, quando os docentes selecionam, organizam e planejam suas atividades de ensino (3) se dá o “currículo modelado”. Os efeitos da realização de todas as atividades de ensino, na relação professor-aluno-conhecimentos são alvo das verificações do “currículo avaliado” (4 e 5).

Considerando “intervenientes curriculares” a categoria que contempla todos os elementos que de alguma forma interferem no currículo em quaisquer de seus níveis, tais como as questões políticas, sociais e a atuação de toda a comunidade escolar, os “materiais curriculares” (livros, apostilas etc.) tem um papel de destaque, pois muitas vezes “como prática observável, o currículo por antonomásia é o que fica interpretado por esses materiais que o professor e os alunos utilizam” (SACRISTÁN, 2017, p. 24).

³ SACRISTÁN, José Gimeno (1947-). ¿Qué significa el currículum? Sinéctica, Tlaquepaque, n. 34, p. 11-43, jun. 2010.

⁴ GRUNDY, Shirley (1947-2010). Producto o praxis del curriculum. Madrid: Morata, 1998.

Atuando no limite em que não causem contradições com o currículo prescrito, os materiais são produzidos sob uma concepção teórica-metodológica-ideológica que ofereça aos docentes uma “tradução” do texto normativo.

Atualmente, o documento que orienta a redação dos currículos da Educação Básica brasileira é a BNCC (Base Nacional Comum Curricular), um documento normativo previsto na Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB) e no Plano Nacional de Educação (PNE) que foi homologado em duas etapas, nos anos de 2017 e 2018. Na classificação de Sacristán, a BNCC ocupa o primeiro nível de um processo curricular e relaciona as aprendizagens essenciais necessárias para “assegurar aos estudantes o desenvolvimento de dez competências gerais, que consubstanciam, no âmbito pedagógico, os direitos de aprendizagem e desenvolvimento.”

Considerando a polissemia do termo, os autores do texto definiram competência como “a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho” (BRASIL, 2017, p. 8).

Outros termos usados em todo o documento demandam definições e são os seguintes:

- Objetos de conhecimento: conteúdos, conceitos e processos.
- Habilidades: expressam as aprendizagens essenciais que devem ser asseguradas aos alunos nos diferentes contextos escolares.
- Unidades temáticas: arranjo dos objetos de conhecimento ao longo do Ensino Fundamental adequado às especificidades dos diferentes componentes curriculares.

A BNCC ressalta que “os critérios de organização das habilidades do Ensino Fundamental na BNCC (com a explicitação dos objetos de conhecimento aos quais se relacionam e do agrupamento desses objetos em unidades temáticas) expressam um arranjo possível (dentre outros).” o que abre a possibilidade para outros agrupamentos, na escrita dos currículos específicos respeitando as aprendizagens essenciais “que se espera que todos os alunos aprendam no Ensino Fundamental” (BRASIL, 2017, p.31).

Considerando por um lado as exigências e por outro as flexibilidades das instruções da BNCC, é viável propor uma seleção de grandes ideias para a Matemática da Educação Básica indicando as conexões entre conceitos em uma mesma etapa e longitudinalmente ao longo de todos os anos, mantendo atenção aos pressupostos da Base no que diz respeito aos conhecimentos essenciais e ao foco no desenvolvimento das competências (gerais e específicas).

2.2 O que deve ser ensinado?

Silva⁵ (2015) diz que “a questão que serve de pano de fundo para qualquer teoria do currículo é de saber qual conhecimento deve ser ensinado” e assim, o currículo se apresenta como um discurso e um lugar e espaço de discernimento, que permite uma trajetória capaz de forjar a identidade do aluno nas relações de poder estabelecidas.

⁵ SILVA, Tomaz Tadeu da (1948-). **Documentos de identidade**: uma introdução às teorias do currículo. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2015.

Young⁶ (2014) reforça esse entendimento de que o currículo deve responder às perguntas: “o que todos os alunos deveriam saber ao deixar a escola?”, “como desenvolver currículos que ampliem as oportunidades de aprendizagem?” e “quais conhecimentos devem compor o currículo?”.

Uma solução de Young é que a escola deve se dedicar a desenvolver o que chama de “conhecimento poderoso”, definido por ele como

o conhecimento independente de contexto ou conhecimento teórico. Ele fornece generalizações e busca universalidade. Ele fornece uma base para se fazer julgamentos e é geralmente, mas não unicamente, relacionado às ciências. É esse conhecimento independente de contexto que é, pelo menos potencialmente, adquirido na escola (YOUNG, 2007).

Uma abordagem diferente é baseada nas obras de Paulo Freire⁷, que identifica a educação como um processo que imperativamente ocorre pela atuação de sujeitos mediados pelo mundo e que, assim compreendida, não deve admitir que os conhecimentos sejam ditados por “especialistas”, mas tem de ser necessariamente conectados com seus saberes, que devem ser respeitados.

O respeito a esses saberes se insere no horizonte maior em que eles se geram – o horizonte do contexto cultural, que não pode ser entendido fora de seu corte de classe, até mesmo em sociedades de tal forma complexas em que a caracterização daquele corte é menos facilmente apreensível. O respeito, então, ao saber popular implica necessariamente o respeito ao contexto cultural. A localidade dos educandos é o ponto de partida para o conhecimento que eles vão criando do mundo. “Seu” mundo em última análise é a primeira e inevitável face do mundo mesmo (FREIRE, 1992, p. 86-87).

É um desafio interpretar um documento que estabelece diretrizes curriculares para todo o país e desenvolver a organização das atividades de ensino e aprendizagem dos objetos de conhecimento, garantindo ao estudante sua formação integral e mantendo o respeito às características de sua cultura. Nossa esperança é que este material fomenta as conversas de diversas comunidades escolares para refletir sobre a organização e planejamento das grandes ideias da Matemática que devem ser aprendidas e experimentadas pelos estudantes da Educação Básica.

Acerca da organização dos conteúdos, Pires⁸ (2004) expõe ao menos três possibilidades, a partir dos estudos de Romiszowski (1981) de organizar conteúdos em um currículo apresentado (ainda que o currículo não deva ser uma mera apresentação de conteúdos, este é um componente imprescindível):

⁶ YOUNG, Michael. Teoria do currículo: o que é e porque é importante. In: Cadernos de Pesquisa. V. 44, nº. 51, p. 190-202, jan./mar. 2014

⁷ Paulo Freire - Patrono da Educação brasileira (1921-1997). Pedagogia da Esperança.um reencontro com a Pedagogia do oprimido. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1992.

⁸ PIRES, Célia Maria Carolino (1948-2017). Formulações basilares e reflexões sobre a inserção da Matemática no currículo, visando a superação do binômio máquina e produtividade. In: **Educação Matemática em Pesquisa**, São Paulo, v. 6, n. 2, pp. 29-61, 2004

- Sequências lineares de módulos.
- Sequência em espiral: conforme Bruner (1972) “qualquer matéria oferece elementos interessantes para a educação da criança, de forma que algo pode ser ensinado em qualquer momento, e que, portanto, um plano de estudos deve ser elaborado em torno de grandes questões, princípios e valores que uma sociedade estima dignos do interesse contínuo de seus membros”.
- Sequência piramidal: “estrutura curricular na qual uma certa base comum se considera válida ou necessária para todos os alunos, enquanto se pode prever desenvolvimentos posteriores que supõem diferentes opções aos alunos”.

Em resumo

- Currículo é mais que uma lista de conteúdos a serem ensinados.
- A BNCC define objetos de aprendizagem para o desenvolvimento de habilidades.
- Os objetos de aprendizagem podem ser organizados de diversas formas.
- A pluralidade e as particularidades do alunado e da localidade devem ser respeitadas e servem de objetos de reflexão para a práxis docente.

3. Abordagem Mentalidades Matemáticas

Em seu livro *Mentalidades Matemáticas: estimulando o potencial dos estudantes por meio da matemática criativa, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador*, Jo Boaler relata algumas experiências em que ela testemunhou o entusiasmo pela matemática em diferentes estudantes e situações variadas que levaram ao desenvolvimento de intuições preciosas sobre ideias e relações matemáticas. Para ela, cinco elementos estão relacionados ao engajamento com a matemática: curiosidade, estabelecimento de conexões, desafio, criatividade e colaboração.

Um exemplo prático desse engajamento pode ser observado em um dos relatos de Jo Boaler que ocorreu em uma escola na Inglaterra que trabalhava com projetos:

Em uma das tarefas que observei na escola que utilizava projetos, foi dito a um grupo de estudantes de 13 anos que um fazendeiro queria fazer o maior cercado que fosse possível com 36 peças de cerca de um metro cada uma. Os alunos começaram a investigar maneiras de encontrar a área máxima. Eles experimentaram diferentes formas, como quadrados, retângulos e triângulos, tentando encontrar a forma com a maior área possível. Dois estudantes perceberam que a maior área viria de uma forma com 36 lados e começaram a determinar sua área exata.

Eles tinham dividido sua forma em 36 triângulos e sabiam que a base de cada triângulo era de um metro e o ângulo no vértice oposto à base era de 10 graus. Entretanto, isso não era suficiente para encontrar a área do triângulo. Neste ponto, a professora da turma expôs trigonometria aos alunos e como uma função tangente pode ser usada para saber a altura do triângulo. Os alunos se entusiasmaram aprendendo esse método, pois ele os ajudou a resolver o problema. Vi um menino emocionadamente ensinar aos integrantes de seu grupo como usar uma função tangente, explicando que ele tinha aprendido uma coisa “muito legal com a professora”.

Lembrei-me, então, da lição contrastante que eu tinha assistido na escola tradicional uma semana antes, em que o professor havia dado aos alunos funções trigonométricas e, depois, páginas de questões para continuarem praticando. Naquele caso, os alunos tinham achado as funções trigonométricas extremamente chatas e sem ligação com suas vidas. Na escola que utilizava projetos, os estudantes estavam animados por aprender sobre trigonometria e viam os métodos como “legais” e úteis. Essa maior motivação mostra que os estudantes aprenderam os métodos mais profundamente, sendo uma parte significativa do seu êxito na escola do projeto, em exames e na vida.

Acreditamos que é possível desenvolvermos aulas engajadoras desse tipo, em especial, quando desenvolvemos trabalhos colaborativos. Porém, para compreendermos como desenvolvê-los e seus benefícios em nossas aulas, podemos nos apoiar em muitos livros e teses publicados que tratam da importância de trabalhos colaborativos, entre eles destacamos o trabalho de Cohen e Lotan que trouxeram um olhar cuidadoso sobre o trabalho em grupo, colaborativo, tendo como foco principal, uma sala de aula equitativa.

Entre alguns pontos destacados neste modelo de abordagem, vamos analisar como o trabalho colaborativo torna mais acessível o aprendizado, tendo em vista a rica diversidade de competências acadêmicas e proficiência linguística dentro de uma sala de aula, para isso, é importante levantar dois pontos específicos: desenvolvimento intelectual e social.

3.1 Desenvolvimento intelectual

Algumas atividades em sala exigem que o aluno saiba desenvolver procedimentos, mas nem sempre propiciam a compreensão e a aplicação abstrata do conceito. Em grupo, os alunos interagem para solucionar problemas, fazer verificações e comunicar suas ideias e quando dedicam tempo para explicar seus pensamentos, extraem o máximo de sua vivência, para isso, é necessário que eles tenham fundamento teórico ao argumentar com os demais, ou seja, esta interação tem um efeito favorável na compreensão matemática (COSSEY, 1997) e na criação de consciência científica (BIANCHINI, 1997).

3.2 Como isso pode acontecer na prática?

Quando em grupo, os alunos são expostos a diferentes pontos de vistas e métodos, o que torna a interação uma grande ferramenta para aprofundamento de conceitos matemáticos quando se deparam com conflitos conceituais, os quais, se instruídos durante diferentes desafios, chegam a um acordo com os demais. Neste ponto, conectam conceitos, procuram estratégias diferentes, utilizam materiais, diferentes representações e assim ampliam seu repertório intelectual. É de fundamental importância ressaltar que, além de uma atividade complexa, que permita e exija esta investigação, a atuação do professor como mediador durante este processo é indispensável, com uma postura cuidadosa, acolhedora e interrogativa para desafiar os alunos a analisar matematicamente os desafios.

Em resumo

- O engajamento se dá pela curiosidade, estabelecimento de conexões, desafio, criatividade e colaboração.
- A abordagem Mentalidades Matemáticas é uma possibilidade para uma aprendizagem profunda da matemática.
- Trabalho colaborativo torna a aprendizagem mais efetiva.

4. Ambiente seguro para a aprendizagem/Múltiplas habilidades

Nós educadores, quando pensamos em construir um “ambiente seguro de aprendizagem”, precisamos olhar para alguns pontos que são fundamentais e que ajudarão a tornar a sala de aula cada vez mais comunitária, uma comunidade com interdependência positiva e responsabilidade individual.

Se nos colocarmos como observadores, não julgadores (nem da prática e nem dos alunos), da nossa própria sala de aula, podemos perceber o quanto nossos alunos se sentem seguros ou não para expor suas ideias, contar sobre suas descobertas e se procuram argumentar de maneira clara e cuidadosa sobre o que defendem.

Em todo o percurso, é importante que o professor saiba que este desenvolvimento faz parte de um processo longo e cuidadoso. Algumas práticas que poderão auxiliar na construção desse ambiente propício para a aprendizagem coletiva serão descritas abaixo.

Um ponto muito importante é saber sobre as ideias que os alunos têm sobre eles mesmos, a pesquisadora Dweck (2017) reconheceu que a crença que uma pessoa tem a respeito de suas habilidades e potenciais desempenham um papel importante em seus comportamentos e ações. Ela mostra com evidências um modelo mental de crescimento, reconhecimento de que a inteligência é multidimensional e maleável, que leva a um desempenho potencialmente mais bem sucedido, por meio de maior motivação e esforço.

Mas como podemos dar a oportunidade para que nossos alunos se sintam motivados e se esforcem perante as dificuldades?

Um ponto de partida é a escolha de atividades que propiciem isso, atividades abertas (lidar com incertezas e ambiguidades, possibilidade de explorar múltiplos caminhos), problemas complexos, tarefas multifacetadas que necessite de habilidades múltiplas - habilidades intelectuais, acadêmicas, interpessoal, organizacional, criatividade e verbal.

Outro ponto importante são as mensagens que podem ser direcionadas durante a tarefa; sobre valorização de erro, do esforço, que velocidade não é importante, assim como o reconhecimento das ideias e do raciocínio.

Enfim, um ambiente em que os alunos queiram expor suas ideias, suas conjecturas, estratégias, tenham tempo para refletir, argumentem sobre a forma como desenvolveram algum desafio e confiem neles mesmos, se sintam verdadeiramente matemáticos.

Em resumo

- Colocarmos-nos como observadores e não julgadores, assim possibilitamos um ambiente seguro para cometer erros.
- Atividades planejadas para valorizarem diferentes habilidades e serem investigativas.
- A forma com que o aluno se vê influencia seu comportamento e suas ações, ou seja, influenciando em sua aprendizagem.

5. Práticas de Mentalidades Matemáticas

Uma dúvida que surge é como transformar a minha sala de aula em uma sala de mentalidade matemática. Isso não é um processo espontâneo. Mas acreditamos e há evidências de que é possível. Deste modo, abaixo trazemos algumas práticas de mentalidades matemáticas que podemos adotar em nossas aulas de matemática. São cinco práticas e cada uma delas divididas nos níveis iniciando, desenvolvendo e expandindo. As práticas de mentalidades matemáticas não foram elaboradas para ranquear o docente quanto à qualidade de sua aula. O objetivo é que o docente por meio das evidências que ele colhe aula após aula utilize as práticas de mentalidade matemáticas como um instrumento de autorreflexão e discussão com seus pares sobre as aulas de matemática.

5.1 Cultura de Mentalidade de Crescimento

Em Cultura de Mentalidade de Crescimento é abordada a forma como passamos mensagens de mentalidade aos nossos alunos e como eles se sentem em relação à matemática. As nossas mensagens fortalecem que todos podem aprender matemática? Valorizamos as respostas corretas ou o processo, o raciocínio de cada um? Para nos ajudar nessa reflexão temos abaixo nove hexágonos que auxiliam para refletir sobre em qual estágio estamos.



Fonte: <https://bhi61nm2cr3mkgd1dtaov18-wpengine.netdna-ssl.com/wp-content/uploads/2020/05/Captura-de-Tela-2020-05-15-%C3%A0s-19.02.56.png>

Vejam alguns vídeos que exemplificam as mensagens:

- [Mensagens de Mentalidade](#)
- [Elogios de Processos de Aprendizagem](#)
- [Mentalidades dos alunos](#)

5.2 A Natureza da Matemática

Na prática 2: A natureza da matemática, ela nos fornece uma oportunidade para refletirmos sobre quais mensagens passamos aos nossos alunos a respeito da matemática. Valorizamos a argumentação e resolução dos problemas? Ou o ponto de atenção é a resposta correta? Durante as aulas damos ênfase àqueles que respondem rápido ou valorizamos a profundidade e reflexão das respostas de nossos discentes? Novamente, lembramos que esse guia foi desenvolvido para o professor refletir sobre a sua prática docente.



FONTE: <https://bhi61nm2cr3mkdggk1dtaov18-wpengine.netdna-ssl.com/wp-content/uploads/2020/05/Captura-de-Tela-2020-05-19-%C3%A0s-08.35.28.png>

Vejam alguns vídeos que exemplificam as mensagens:

- [Atividades abertas](#)
- [Argumentação e múltiplos pontos de vista](#)
- [Profundidade em vez de velocidade](#)

5.3 Desafio e Esforço

Na prática 3 a reflexão é sobre desafio e esforço. O convite é para pensarmos sobre como tratamos os erros de nossos alunos - eles são naturalizados e vistos como uma parte importante da aprendizagem e explorados? Os estudantes ao encontrarem uma dificuldade persistem? As dificuldades assim como os erros são vistas e exploradas como chances para aprenderem? E sobre as perguntas e questionamentos como elas são feitas? Estimulam o raciocínio e reflexão sobre métodos?



FONTE: <https://bhi61nm2cr3mkgk1dtaov18-wpengine.netdna-ssl.com/wp-content/uploads/2020/05/Captura-de-Tela-2020-05-19-%C3%A0s-08.30.41.png>

Vejam alguns vídeos que exemplificam as mensagens:

- [Erros](#)
- [Dificuldades e persistência](#)
- [Questionamentos](#)

5.4 Conexões e Colaborações

Na prática 4 Conexões e Colaborações paramos para refletir como as conexões entre as áreas da matemática ocorrem. Os conteúdos são dados cada um em uma "caixinha" sem uma relação explícita? Ou as conexões entre as diferentes áreas ocorrem. E a comunicação entre a turma ocorre? Há um diálogo em pequenos grupos, sendo que esses grupos colaboram uns com os outros.



FONTE: <https://bhi61nm2cr3mkdgk1dtaov18-wpengine.netdna-ssl.com/wp-content/uploads/2020/05/Captura-de-Tela-2020-05-19-%C3%A0s-08.29.53.png>

Vejam alguns vídeos que exemplificam as mensagens:

- [Conexões matemáticas](#)
- [Interação em pequenos grupos](#)
- [Interação com toda a turma](#)

5.5 Avaliação

A avaliação é, talvez, o calcanhar de Aquiles de muitos professores. No processo formativo, todas as impressões que passamos aos nossos alunos são momentos de avaliação, portanto fazemos avaliações verbais e escritas. No momento em que os estudantes estão argumentando sobre suas ideias e resoluções como intervimos? Esse é um momento de avaliação verbal. Ao longo do bimestre utilizamos diferentes instrumentos de avaliação? As perguntas que fazemos permitem que os alunos utilizem mais de uma estratégia de resolução? Cabe a cada docente refletir sobre como está avaliando seus estudantes. Inserir feedbacks nas avaliações é um modo de dizer ao estudante que ele não é apenas o aluno nota 10 ou nota 4.



FONTE: <https://bhi61nm2cr3mkgk1dtaov18-wpengine.netdna-ssl.com/wp-content/uploads/2020/05/Captura-de-Tela-2020-05-15-%C3%A0s-19.04.18.png>

Vejam alguns vídeos que exemplificam as mensagens:

- [A natureza da devolutiva](#)
- [Múltiplos instrumentos de avaliação](#)

Em resumo

- Não praticar mentalidade fixa e sim de crescimento - elogie ações e não características.
- Promover um ambiente de exploração: questionamentos investigações, esforço, argumentações e demonstrações - pensar com profundidade.
- Considerar o erro como oportunidade de crescimento - o cérebro dispara sinapses toda vez que erramos.
- Compartilhamento com o grupo, pois descentraliza do professor e foca no grupo e nos alunos enquanto sujeitos ativos.
- Foco no entendimento ao invés das notas - alunos mostram conhecimento de diversas maneiras e recebem devolutivas diagnósticas.

6. O que é uma grande ideia em matemática?

Partindo da definição apresentada por Charles (2005, p. 10), admitimos que uma **grande ideia** na matemática corresponde a: “uma sentença que afirma uma ideia central para o aprendizado de matemática e que conecta vários conhecimentos matemáticos em um todo coerente”.

Hurst (2015), fazendo um retrospecto dos autores que já trataram da questão, localiza como um dos pioneiros, Jerome Bruner, propôs o conceito de currículo em espiral⁹ para a aquisição de conceitos. Para este autor, “a definição de ‘conceito’ é uma **grande ideia** que nos ajuda a fazer sentido ou conectar várias pequenas ideias. Conceitos são pastas de arquivo cognitivas. Elas garantem uma estrutura em que podemos armazenar uma quantidade quase infinita de informação. Uma das características especiais desses arquivos conceituais é sua capacidade de referência cruzada” (BRUNER, 1960 - grifo nosso).

Schulman (1986), em seu importantíssimo trabalho *Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching*¹⁰, salienta que devem ser compreendidas as maneiras com que os conceitos básicos (grandes ideias) estão organizados para que seja possível incorporar os fatos de cada área do saber.

Outro autor que tem uma percepção semelhante a respeito das grandes ideias que promovem as associações, a atribuição de sentido e os vínculos entre o ensino e a aprendizagem é Edward Clark, em sua obra *Designing & Implementing an Integrated Curriculum: A Student-Centered Approach*, em que afirma: “A principal razão pela qual tantos adultos são incapazes de transferir o que foi aprendido de uma situação para outra distinta, é porque eles foram programados para pensar linearmente, indutivamente, e dentro de caixinhas” (CLARK, 1997, p. 34 apud HURST; HURRELL, 2014).

São percebidas consonâncias também nos trabalhos de Hiebert and Carpenter (1992), que falam de “rede de representações” para o desenvolvimento do conhecimento e de Askew, Brown, Rhodes, Wiliam, and Johnson (1997) que indicam um trabalho mais efetivo de professores que adotam uma estratégia com ênfase na conexão entre os conceitos. Ainda de acordo com Hurst (2015), o ponto de vista desses pesquisadores é que há uma enorme quantidade de conexões entre os elementos que compõem uma **grande ideia** e permitem um aprendizado mais rico.

6.1 Por que identificar grandes ideias na Matemática

Niemi, Vallone e Vendlinski (2006), em seu trabalho com ênfase no desenho de processos de avaliação formativa, entendem que as **grandes ideias** “levam a um conhecimento mais flexível e generalizável, aperfeiçoam a resolução de problemas e tornam mais fácil dar sentido e dominar novos fatos e procedimentos”.

⁹ Esse princípio curricular estava presente na redação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), de 1997. A currículo em espiral é uma concepção “em que conceitos e tópicos-chave são repetidamente apresentados ao longo do tempo, no contexto de experiências de aprendizagem novas, mais amplas e mais complexas. Serve para consolidar a aprendizagem pré-existente, bem como ampliar e explorar o diferente conteúdo de aprendizagem em maior profundidade.” (UNESCO, 2016)

¹⁰ Artigo que influenciou a formação de professores, destacando a necessidade de explicitar e valorizar igualmente os conhecimentos específicos e pedagógicos na formação inicial docente.

O potencial das **grandes ideias** na Educação matemática é identificado por Touted (2015) nas pesquisas que descrevem práticas bem sucedidas (Askew, Brown, Rhodes, William & Johnson, 1997; Clarke & Clarke, 2004; Boaler & Humphreys, 2005). Nesses trabalhos, é uma constante a percepção de que a Matemática é um todo coerente e conectado e, como afirmam Ma e Kessel (2003 apud TOUTE, 2015) há a necessidade de um “profundo conhecimento de matemática, não em termos de fatos, habilidades e procedimentos mas, ao invés disso, em termos de quatro propriedades: conectividade, perspectivas múltiplas, ideias básicas recorrentes e coerência longitudinal”.

Hurst e Hurrell (2014) ainda salientam que quando apresentamos o conhecimento matemático tendo as **grandes ideias** como “pontos focais”, causamos um impacto na maneira como os docentes entendem e planejam suas práticas pedagógicas.

6.2 Como determinar (selecionar, descobrir) as grandes ideias

Boaler, Munson e Williams (2017) descrevem sua estratégia de 1. analisar os parâmetros curriculares oficiais, verificando as conexões entre os conceitos de cada série e das séries entre si; 2) acrescentar as ideias matemáticas não constantes na diretriz curricular, mas consideradas poderosas para o raciocínio matemático ; 3) testar a seleção inicial, desenhando redes e identificando a quantidade de conexões.

Outra observação útil é verificar o que não é uma grande ideia: Charles (2005, p. 9) diz que, ao contrário do que muitos poderiam afirmar, não são tópicos, como equações, áreas como Geometria, expectativas ou objetivos educacionais¹¹ como encontrados nos documentos curriculares.

Os critérios de Charles para julgar uma sentença como uma grande ideia são os seguintes (sendo os dois primeiros uma mera repetição da definição):

- Ser uma ideia central para o aprendizado da matemática;
- Conectar diversos conhecimentos matemáticos em um todo coerente;
- Ser grandes o suficiente para que seja relativamente fácil associar a elas várias ideias relacionadas (conhecimentos matemáticos);
- Ser úteis aos professores e autores de currículo.

Touted (2015), reforça os critérios de Charles ao mencionar que é importante pensar as grandes ideias como uma outra abordagem, diferente da estrutura dos currículos padrão (lineares e com uma lista extensa de conceitos desconectados) e que a ultrapasse. Algumas categorias em que as grandes ideias podem ser reunidas são as propostas por Steen (1990): Quantidade, Dimensão, Padrão, Forma, Incerteza e Mudança ou as estabelecidas no Currículo de Matemática da Austrália: *Compreensão, Fluência, Resolução de problemas e Argumentação*.

Outra possibilidade é adotar as atividades do componente curricular simbólico, como definido por Bishop¹² (1999): contar, medir, desenhar, localizar, jogar e explicar. Esses são os conhecimentos matemáticos que os indivíduos social e culturalmente

¹¹ O termo “expectation” nos Principles and Standards for School Mathematics do National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) refere-se a algo similar às habilidades da BNCC.

¹² Bishop assume que um currículo de matemática em uma perspectiva cultural deve contemplar três componentes: Simbólico, Social e Cultural.

identificados devem saber e que, portanto, devem ser ensinados nos ambientes educacionais.

Boaler, Munson e Williams (2017) descrevem que na experiência do Curso de Férias realizado na Universidade de Stanford em 2015, as grandes ideias adotadas para agrupar as atividades foram: Senso numérico, busca por padrões, Pensamento algébrico e Generalização.

Em resumo

- Uma “grande ideia” conecta vários conhecimentos matemáticos.
- O reconhecimento de “grandes ideias” auxilia a organização do ensino de Matemática.
- Uma grande ideia torna o conhecimento mais flexível, generalizável e auxilia na resolução de problemas.

7. Por que nós precisamos de aprendizagem conectada?

Ao longo desse trabalho tratamos sobre algumas temáticas que julgamos importantes para uma aprendizagem significativa da matemática, como por exemplo, a abordagem Mentalidades Matemáticas como uma possibilidade de desconstrução da cultura de que existem pessoas aptas ou que nasceram pré-determinadas a aprender matemática.

Também discutimos sobre o que é uma grande ideia à luz de alguns referenciais importantes e vimos que uma grande ideia auxilia na aprendizagem de ideias menores e conexão entre elas e torna o conhecimento mais flexível e generalizável.

Agora pretendemos abordar sobre a necessidade de uma aprendizagem conectada, em especial na matemática. Para isso, o convidamos a perguntar a um aluno o que ele está aprendendo em matemática ou o que aprendeu no bimestre anterior. Um aluno do ensino fundamental anos finais possivelmente fale que está aprendendo a fazer contas ou que passa muitas aulas resolvendo equações, em linguagem popular e corriqueira de muitos alunos nossos é “tentando encontrar o x ”.

Aqui temos exemplos de uma matemática completamente procedimental, que não está conectada a nada além do seu próprio procedimento: seguir um algoritmo para efetuar um cálculo ou alguma regra que possibilita descobrir o valor de uma letra desconhecida.

Entretanto, a matemática que utilizamos no cotidiano não consiste em seguir procedimentos. O trabalho de um matemático profissional abrange outras esferas. “Quando observamos a matemática no mundo e a matemática usada pelos matemáticos, vemos uma disciplina **criativa, visual, conectada** e viva” (BOALER, 2018 - grifo nosso). São, entre tantos fatores, as conexões que esses matemáticos estabelecem entre os conhecimentos matemáticos que o possibilitam desenvolver seus trabalhos. Um exemplo recente da importância da conexão entre ideias é a Tese de Doutorado do Pesquisador Carlos Andrés Chirre¹³, ele venceu o prêmio Prêmio CAPES de Tese 2020 da área de Matemática, Probabilidade e Estatística, pois seu trabalho é interdisciplinar e conecta várias áreas da matemática, em suma ele fez uso de várias ferramentas matemáticas para compreender a distribuição dos números primos.

Nesse sentido, quando tentamos ensinar a matemática de uma forma conectada passamos a mensagem de que ela não está organizada em tópicos ou que a cada ano escolar aprendemos uma nova matemática. Quando temos uma aprendizagem conectada é possível aplicar um conhecimento em outras áreas ou situações que não se restringem ao âmbito matemático e/ou escolar.

Para o professor, ele não terá que ensinar um mesmo assunto todo ano quando este for necessário. Por exemplo, quantas vezes tivemos que explicar como se faz alguma operação com fração quando é necessário? Isso nos demonstra que a aprendizagem de nossos alunos foi, infelizmente, frágil. Além do mais, o ensino de uma matemática conectada torna viável que nossos alunos tentem usar estratégias próprias na resolução de problemas, que sejam criativos, testem e validem suas próprias conjecturas, isto é, que façam matemática tal como um matemático mirim.

¹³ Para saber mais acesse: <https://impa.br/noticias/tese-de-andres-chirre-do-impa-vence-premio-capes-2020/>
Acessado em 04 de jan de 2020.

Por conseguinte, por acreditarmos nos benefícios de uma aprendizagem conectada apresentamos nos próximos textos como foi desenvolvido o mapa conceitual cujo objetivo é conectar grandes ideias matemáticas que são necessárias desenvolver no 6º ano.

Em resumo

- A matemática é uma ciência em que os conteúdos são conectados.
- No cotidiano não pensamos em tópicos, itens separados.
- Uma aprendizagem conectada possibilita aplicar um conhecimento em outras áreas.

8. Como desenvolvemos o mapa conceitual?

Um destaque do trabalho de Boaler, Munson e Williams (2017) está na representação das grandes ideias selecionadas em uma rede de conexões, pois permite uma verificação rápida da característica destacada por vários autores para que uma ideia seja considerada grande: a quantidade de conexões.

A representação de conceitos em mapas não é uma novidade na literatura educacional e remete às ideias de Joseph Novak (colaborador de David Ausubel¹⁴). Para esses pesquisadores, na leitura de Moreira (1997), mapas conceituais são entendidos como “diagramas de significados, de relações significativas; de hierarquias conceituais”. Os objetivos principais dos mapas conceituais são relacionar e hierarquizar conceitos, o que se adapta bem à necessidade de organização de grandes ideias.

Como Boaler, Munson e Williams sugerem, os mapas desenhados podem servir para que os docentes organizem suas atividades, ao modelar o currículo apresentado, além de ter a serventia para debates entre docentes e estudantes sobre as relações entre os conceitos estudados. As autoras ainda afirmam que “as grandes ideias estão vivas”, recordando a descrição de Lakatos (1963), que diz: “atividade matemática é atividade humana... Mas a atividade matemática aliena-se da atividade humana que a produziu e torna-se um organismo vivo e crescente”.

A organização desses conjuntos de saberes para o ensino deve ser diferente daquela que meramente organiza os objetos em relação à área da Matemática (unidade temática) a qual pertencem ou mesmo a qual competência específica se refere.

As grandes ideias estão fortemente vinculadas à possibilidade de um entendimento acessível tanto ao professor especialista como para o aluno ou para um leigo e, para isso, uma apresentação em forma de questões essenciais ou com o uso de metáforas e analogias se mostra útil e facilita a comunicação.

Destaca-se também a importância das grandes ideias como um elemento que indique o que deve ser considerado no processo de avaliação, pois, se houver clareza em relação ao que deve ser ensinado e aprendido, a verificação desse aprendizado se dá de forma mais segura.

Esta sugestão para a organização dos conhecimentos em um mapa encontra apoio na Teoria de aprendizagem significativa de Ausubel e nas redes semânticas de Norman. Os mapas conceituais “são representações gráficas de uma estrutura de conhecimento demonstrada hierarquicamente, apresentando forma e representações condizentes com a maneira como os conceitos são relacionados, diferenciados e organizados” (NOVAK, apud PIRES, 2004).

A professora Célia Maria Carolino Pires, em seus estudos sobre currículo - especialmente os realizados na década de 1990 - aponta para as potencialidades de um desenho em rede constituído por uma pluralidade de pontos, ligados entre si por

uma pluralidade de ramificações/caminhos, em que nenhum ponto (ou caminho) seja privilegiado em relação a outro, nem univocamente subordinado a qualquer um. Os caminhos percorridos, embora lineares, não devem

¹⁴ Psicólogo autor de *Educational Psychology: A Cognitive View* (1978), referência para pesquisas sobre aprendizagem significativa.

ser vistos como os únicos possíveis; um percurso pode incluir tantos pontos quanto desejamos e, em particular, todos os pontos da rede (PIRES, 2004).

Encontramos, também, na própria BNCC argumentos para a proposição de outras formas de apresentar a organização dos saberes que compõem o rol de habilidades listadas pelo documento normativo:

os critérios de organização das habilidades na BNCC [...] expressam um arranjo possível (dentre outros). Portanto, os agrupamentos propostos não devem ser tomados como modelo obrigatório para o desenho dos currículos. [...].

Na elaboração dos currículos e das propostas pedagógicas, devem ser enfatizadas as articulações das habilidades com as de outras áreas do conhecimento, entre as unidades temáticas e no interior de cada uma delas (BRASIL, 2018, p. 275).

O processo de elaboração dos mapas de grandes ideias de Matemática para o Ensino Fundamental que sugerimos tem elementos de mapas conceituais de Novak, das características de rede de Pires, das grandes ideias de Charles e dos elementos de mentalidades matemáticas de Boaler. Além disso, para que esses mapas sejam intervenientes válidos devem ser construídos nas relações de um grupo colaborativo.

Apresentamos, a seguir, uma amostra da atividade de elaboração do mapa de grandes ideias para o 6º ano do Ensino Fundamental, feito por uma equipe constituída de docentes da Educação Básica, formadores de docentes e estudantes de Licenciatura.

O ponto de partida foi a identificação de uma lista de objetos de conhecimento relacionados às 34 habilidades dispostas na BNCC (EF06MA01 a EF06MA34)¹⁵, conforme mostra o quadro abaixo (BRASIL, 2018, p 300-305).

¹⁵ De acordo com código utilizado pela BNCC, EF06MA01 corresponde à habilidade de índice 01, do componente matemática do 6º ano do Ensino Fundamental.

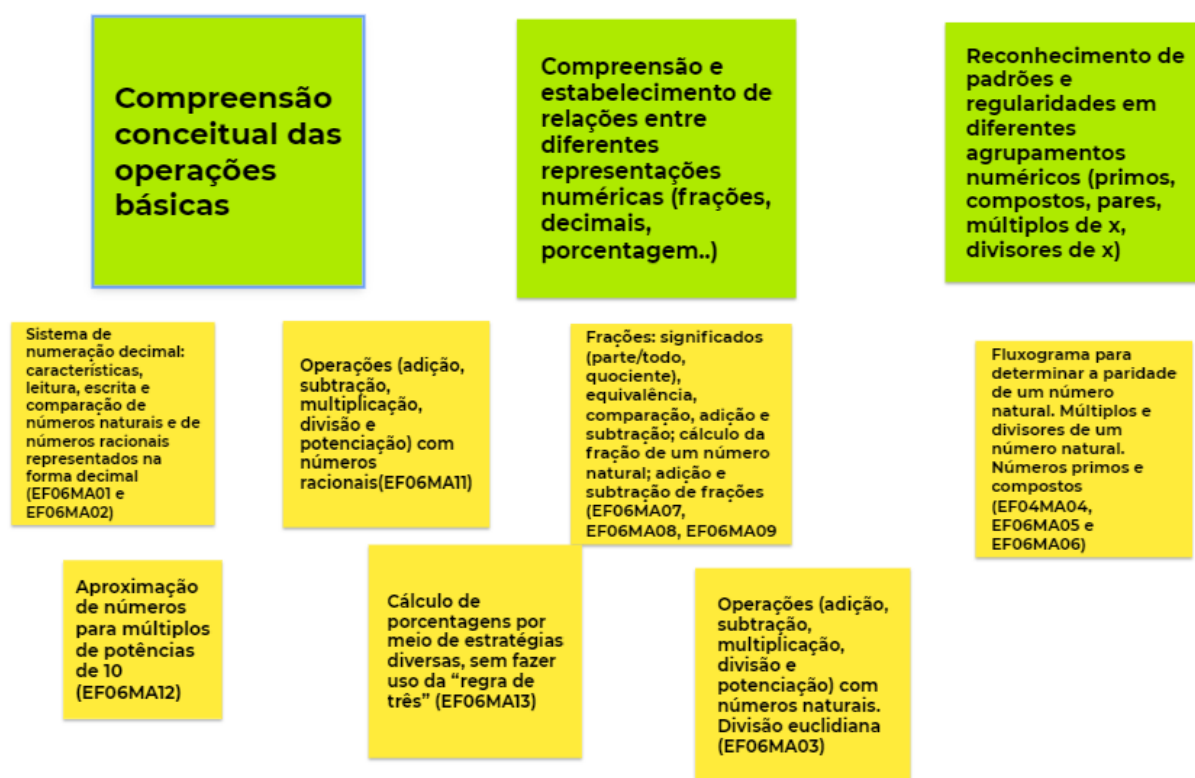
OBJETOS DE CONHECIMENTO	OBJETOS DE CONHECIMENTO	
Sistema de numeração decimal: características, leitura, escrita e comparação de números naturais e de números racionais representados na forma decimal	Propriedades da igualdade	Cálculo de probabilidade como a razão entre o número de resultados favoráveis e o total de resultados possíveis em um espaço amostral equiprovável
	Problemas que tratam da partição de um todo em duas partes desiguais, envolvendo razões entre as partes e entre uma das partes e o todo	Cálculo de probabilidade por meio de muitas repetições de um experimento (frequências de ocorrências e probabilidade frequentista)
Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números naturais	Plano cartesiano: associação dos vértices de um polígono a pares ordenados	Leitura e interpretação de tabelas e gráficos (de colunas ou barras simples ou múltiplas) referentes a variáveis categóricas e variáveis numéricas
Divisão euclidiana	Prismas e pirâmides: planificações e relações entre seus elementos (vértices, faces e arestas)	
Fluxograma para determinar a paridade de um número natural		Coleta de dados, organização e registro
Múltiplos e divisores de um número natural	Polígonos: classificações quanto ao número de vértices, às medidas de lados e ângulos e ao paralelismo e perpendicularismo dos lados	Construção de diferentes tipos de gráficos para representá-los e interpretação das informações
Números primos e compostos		Diferentes tipos de representação de informações: gráficos e fluxogramas
Frações: significados (parte/todo, quociente), equivalência, comparação, adição e subtração; cálculo da fração de um número natural; adição e subtração de frações	Construção de figuras semelhantes: ampliação e redução de figuras planas em malhas quadriculadas	
	Construção de retas paralelas e perpendiculares, fazendo uso de réguas, esquadros e softwares	
Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números racionais	Problemas sobre medidas envolvendo grandezas como comprimento, massa, tempo, temperatura, área, capacidade e volume	
Aproximação de números para múltiplos de potências de 10	Ângulos: noção, usos e medida	
Cálculo de porcentagens por meio de estratégias diversas, sem fazer uso da "regra de três"		
	Plantas baixas e vistas aéreas	
	Perímetro de um quadrado como grandeza proporcional à medida do lado	

Para salientar a unidade temática a que pertence, ainda de acordo com o documento normativo, cada um dos objetos foi estabelecido um código de cores, conforme indicado a seguir:

6º ano

Números	Álgebra	Geometria	Grandezas e Medidas	Probabilidade e Estatística
Sistema de numeração decimal: características, leitura, escrita e comparação de números naturais e de números racionais representados na forma decimal (EF06MA01 e EF06MA02)	Propriedades da igualdade (EF06MA14)	Plano cartesiano: associação dos vértices de um polígono a pares ordenados (EF06MA16)	Problemas sobre medidas envolvendo grandezas como comprimento, massa, tempo, temperatura, área, capacidade e volume (EF06MA24)	Leitura e interpretação de tabelas e gráficos (de colunas ou barras simples ou múltiplas) referentes a variáveis categóricas e variáveis numéricas (EF06MA31 e EF06MA32)
Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números naturais. Divisão euclidiana (EF06MA03)	Problemas que tratam da partição de um todo em duas partes desiguais, envolvendo razões entre as partes e entre uma das partes e o todo (EF06MA15)	Prismas e pirâmides: planificações e relações entre seus elementos (vértices, faces e arestas) (EF06MA17)	Ângulos: noção, usos e medida (EF06MA25, EF06MA26 e EF06MA27)	Coleta de dados, organização e registro. Construção de diferentes tipos de gráficos para representá-los e interpretação das informações (EF06MA33)
Fluxograma para determinar a paridade de um número natural. Múltiplos e divisores de um número natural. Números primos e compostos (EF06MA04, EF06MA05 e EF06MA06)		Polígonos: classificações quanto ao número de vértices, às medidas de lados e ângulos e ao paralelismo e perpendicularismo dos lados (EF06MA18, EF06MA19 e EF06MA20)	Plantas baixas e vistas aéreas (EF06MA28)	
Frações: significados (parte/todo, quociente), equivalência, comparação, adição e subtração; cálculo da fração de um número natural; adição e subtração de frações (EF06MA07, EF06MA08, EF06MA09 e EF06MA10)		Construção de figuras semelhantes: ampliação e redução de figuras planas em malhas quadriculadas (EF06MA21)	Perímetro de um quadrado como grandeza proporcional à medida do lado (EF06MA29)	Cálculo de probabilidade como a razão entre o número de resultados favoráveis e o total de resultados possíveis em um espaço amostral equiprovável. Cálculo de probabilidade por meio de muitas repetições de um experimento (frequências de ocorrências e probabilidade frequentista) (EF06MA30)
Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números racionais (EF06MA11)		Construção de retas paralelas e perpendiculares, fazendo uso de réguas, esquadros e softwares (EF06MA22 e EF06MA23)		
Aproximação de números para múltiplos de potências de 10 (EF06MA12)				
Cálculo de porcentagens por meio de estratégias diversas, sem fazer uso da "regra de três" (EF06MA13)				

Em seguida, tendo cada objeto “recortado”, buscou-se identificar quais agrupamentos eram possíveis dentro de cada unidade temática, já percebendo que havia certamente interseções entre esses subconjuntos, bem como já antecipando que deveriam ser consideradas as conexões com objetos listados em outras unidades temáticas. Como exemplo, a figura a seguir mostra uma etapa intermediária da atividade de organização dos objetos da unidade temática Números, em que foram adicionadas denominações para os agrupamentos (quadros verdes).



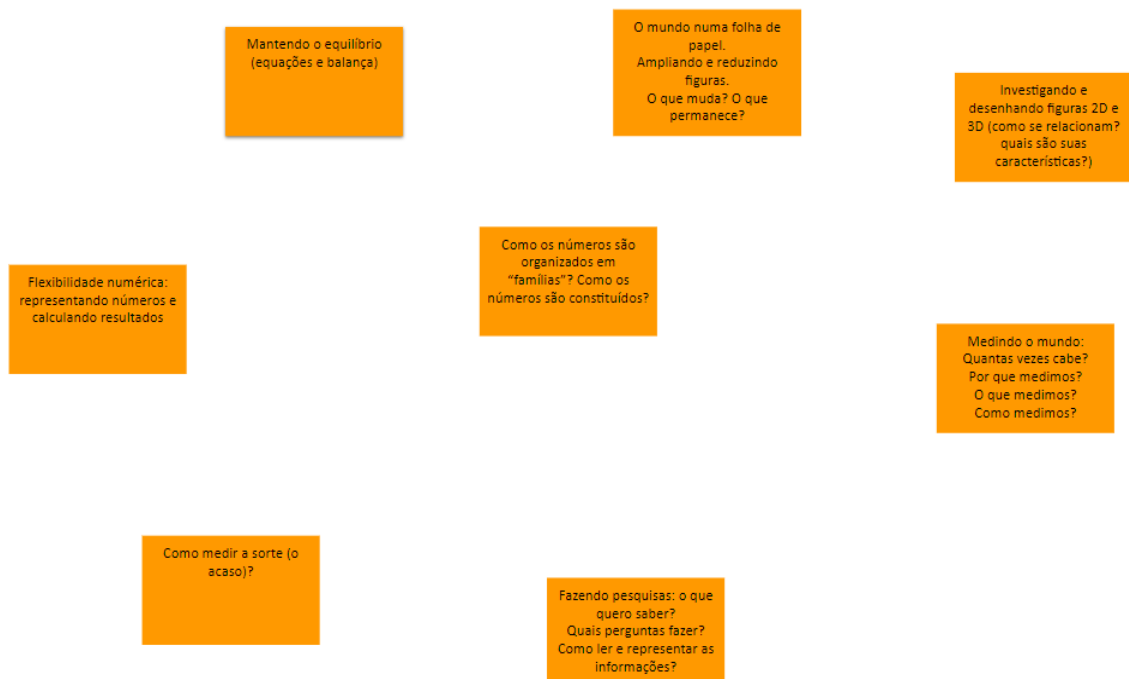
Reconhecendo que os títulos atribuídos aos subconjuntos criados eram ainda bastante abrangentes e empregavam terminologias mais “técnicas”, foi proposta a elaboração de um outro nível de agrupamento, aproximando-se das desejadas grandes ideias. Este nível deveria ser rotulado de tal forma que fosse acessível tanto ao docente, para auxiliar na elaboração de atividades de ensino como ao estudante, para identificar os objetivos de sua aprendizagem ou mesmo a gestores, familiares ou outros membros da comunidade, para reconhecer com clareza quais conhecimentos matemáticos são esperados nesta etapa escolar.

Além disso, um nível mais amplo pode auxiliar o reconhecimento daquilo que os autores da BNCC chamam de ideias fundamentais da Matemática: “equivalência, ordem, proporcionalidade, interdependência, representação, variação e aproximação” (BRASIL, 2018, p. 268). Como exemplo, indicamos na próxima figura os objetos da mesma unidade temática, com o acréscimo dos quadros de cor laranja em que estão às grandes ideias.

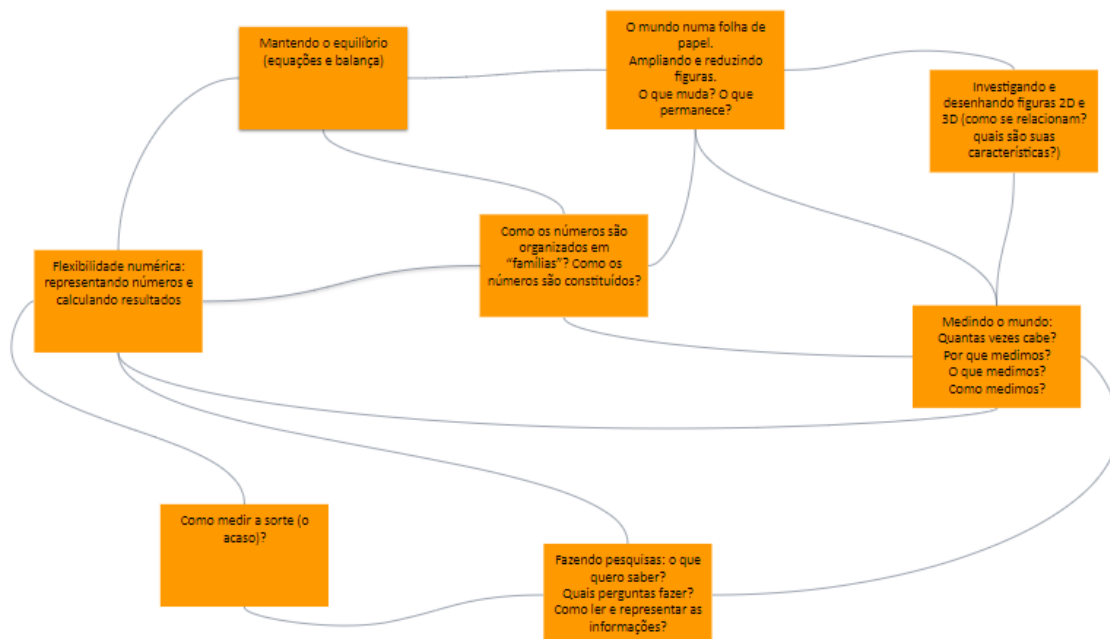


Nesta etapa do processo de criação do mapa das grandes ideias do 6º ano, já era possível perceber uma estrutura dos objetos de conhecimento em "camadas", sendo a primeira uma lista de conteúdos; a segunda, classificações na terminologia compreensível pelo especialista e a terceira, sob rótulos ainda mais amplos, definidos com perguntas, analogias ou metáforas.

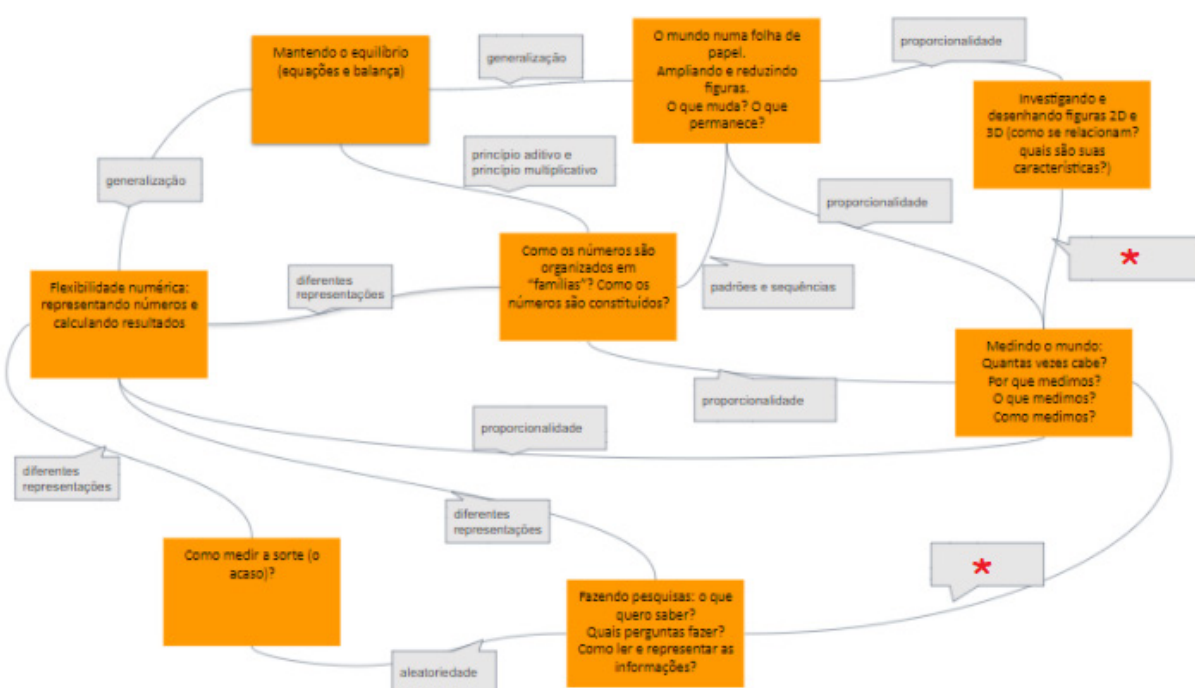
Tendo feito procedimentos semelhantes com os objetos de cada uma das outras unidades temáticas, foi possível construir outro diagrama contendo apenas as grandes ideias (os quadros de cor laranja).



O próximo passo teve o objetivo de identificar as conexões que relacionam cada uma dessas grandes ideias entre si. Isso atende ao princípio afirmado por Charles (2005) e Boaler et. al (2017) avaliando que uma grande ideia deve permitir conectar os fatos e procedimentos matemáticos. A próxima figura já indica as ligações desenhadas.



As ligações estabelecidas entre duas grandes ideias não são sempre as mesmas e, acompanhando o método de Novak, mencionado anteriormente, devem ser dados "nomes" a essas conexões. Este foi o trabalho desenvolvido em seguida, com duas abordagens possíveis para criar os rótulos. Nesse diagrama, são identificadas ideias fundamentais que permitem perceber como as grandes ideias estão associadas e que servem, também, como comentaremos em breve para auxiliar na seleção e planejamento de atividades de ensino para estabelecer ou fortalecer, na aprendizagem, essa conexão.



Observe que há, na figura, duas conexões indicadas com o símbolo* que não estão nomeadas. Baseado no que já observou até agora, que nome você dá a esses rótulos ainda não preenchidos? Você alteraria algum dos outros rótulos que já foram apresentados?

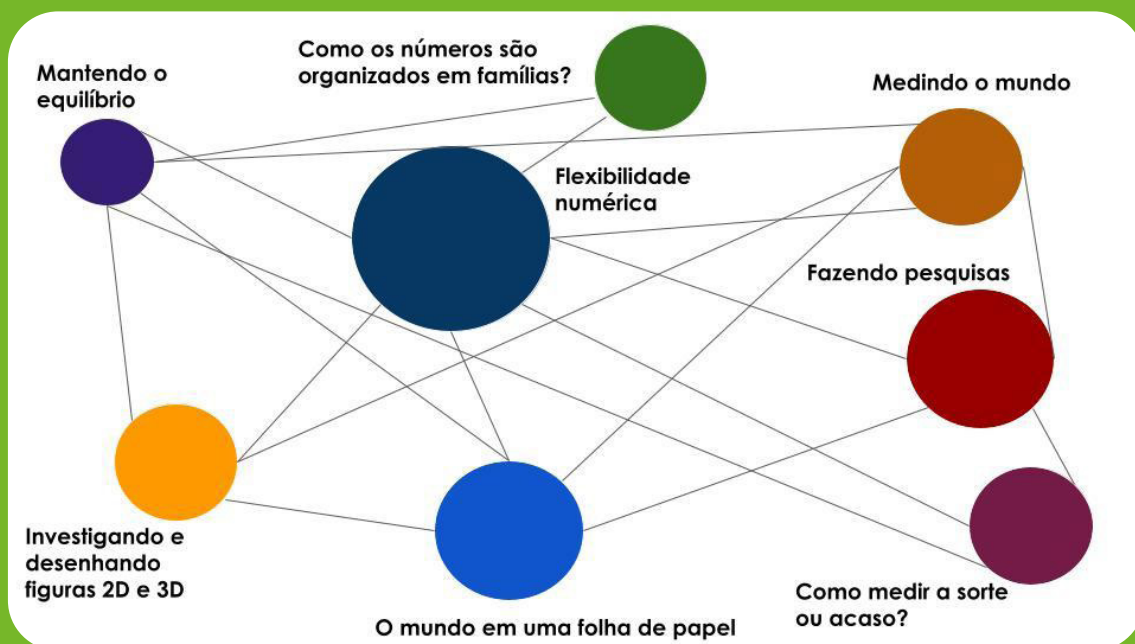
Na seção seguinte descrevemos cada grande ideia deste mapa que oferecemos como um exemplo do processo realizado, comentando as conexões feitas pela via de ideias fundamentais, indicando suas características e listando os objetos de aprendizagem que entendemos pertencer a cada uma delas.

Em resumo

- Mapas conceituais são um bom recurso para indicar diversas conexões entre as Grandes Ideias.
- Os vários caminhos indicam várias conexões.
- Os mapas ilustram as Grandes ideias conectadas.
- Mapas conceituais auxiliam na organização de atividades.

PARTE 2

O QUE É CADA GRANDE IDEIA? COMO USAR NA PRÁTICA



9. Por quê? Explicar os enfoques - Mapas Grandes ideias do 6º ano

Relacionamos nesta seção um possível conjunto de grandes ideias do 6º ano (reforçamos que esta organização não é única nem definitiva e que o currículo será mais significativo quando sua construção for feita com a colaboração de toda a comunidade escolar).

Apresentando cada grande ideia, comentamos sobre suas conexões com as demais e identificamos os objetos de conhecimento listados na BNCC “contidas” neste agrupamento:

9.1 Como os números são organizados em “famílias”? Como os números são constituídos?

Ao identificar que determinados conjuntos de números têm características comuns, é possível propor certas denominações para reuni-los. Por exemplo, o conjunto dos números pares ou dos múltiplos de 10 tem certas propriedades que permitem avaliar se um certo número pertence a esta “família” numérica. Além disso, ao voltar a atenção para estas características, observa-se também como os números podem ser compreendidos como uma composição de unidades básicas (por exemplo entendendo os números primos como os “blocos básicos” com os quais são constituídos os números compostos).

A necessidade de convencionar uma representação simbólica para a grafia dos números explora o desenvolvimento histórico da matemática como uma atividade humana influenciada por aspectos culturais.

Constituem essa grande ideia os objetos a seguir:

- Sistema de numeração decimal: características, leitura, escrita e comparação de números naturais e de números racionais representados na forma decimal (EF06MA01 e EF06MA02);
- Fluxograma para determinar a paridade de um número natural. Múltiplos e divisores de um número natural. Números primos e compostos (EF06MA04, EF06MA05 e EF06MA06);
- Frações: significados (parte/todo, quociente), equivalência, comparação, adição e subtração; cálculo da fração de um número natural; adição e subtração de frações (EF06MA07, EF06MA08, EF06MA09 e EF06MA10).

9.2 Medindo o mundo: Quantas vezes cabe? Por que medimos? O que medimos? Como medimos?

A interpretação matemática do mundo observável passa, necessariamente, pela ação de medir grandezas físicas (distâncias, superfícies e capacidade de armazenamento) ou oriundas de outras interações do ser humano com a natureza (contagem, verificação de padrões). Identificar que a medição de algo é um processo de comparação entre a coisa medida e uma unidade padrão, o que leva a conexões possíveis com as grandes ideias em que a noção de proporcionalidade também é destacada. A relação com a atividade de desenhar figuras geométricas é fortalecida por atividades como o desenho de uma planta baixa ou esquema que represente, em uma

determinada escala de ampliação ou redução, um objeto do mundo sensível. O ato de organizar informações também ganha mais relevância quando os dados são obtidos a partir de algum processo de mensuração, que fornece aos estudantes os números que são dispostos em uma tabela ou gráfico.

Constituem essa grande ideia os objetos a seguir:

- Problemas sobre medidas envolvendo grandezas como comprimento, massa, tempo, temperatura, área, capacidade e volume (EF06MA24);
- Ângulos: noção, usos e medida (EF06MA25, EF06MA26 e EF06MA27);
- Plantas baixas e vistas aéreas (EF06MA28);
- Problemas que tratam da partição de um todo em duas partes desiguais, envolvendo razões entre as partes e entre uma das partes e o todo (EF06MA15).

9.3 Flexibilidade numérica: representando números e calculando resultados

No senso comum, a repetição de procedimentos para fazer contas é a primeira (às vezes única) habilidade associada ao conhecimento matemático. Essa ênfase nos processos repetitivos e memorizados é criticada por Boaler (2016), mencionando as pesquisas de Gray e Tall (1994) que defendem o pensamento matemático flexível, que ajuda a desenvolver simultaneamente os conceitos e procedimentos. Os autores, usando o amálgama “proceptual” (que vincula processo e conceito) definem o “pensamento proceptual como a capacidade de manipular o simbolismo de forma flexível como processo ou conceito, alternando livremente diferentes simbolismos para o mesmo objeto” (GRAY; TALL, 1994, p. 7).

No âmbito das operações aritméticas, a abordagem flexível exige, por um lado, a possibilidade de múltiplas representações dos números e, por outro lado, a compreensão dos vários conceitos que podem ser verificados em uma única simbologia.

Nesse viés, Boaler (2015) enfatiza as qualidades das atividades denominadas Conversas numéricas, desenvolvidas pelas educadoras Ruth Parker e Cathy Humphreys¹⁶ como uma “maneira de aprender senso numérico, incentivar os estudantes a quebrar os números, decompô-los e reagrupá-los [...] ajuda no pensamento algébrico e suas propriedades associativas e distributivas”.

Constituem essa grande ideia os objetos a seguir:

- Sistema de numeração decimal: características, leitura, escrita e comparação de números naturais e de números racionais representados na forma decimal (EF06MA01 e EF06MA02);
- Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números naturais. Divisão euclidiana (EF06MA03);
- Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números racionais (EF06MA11);
- Aproximação de números para múltiplos de potências de 10 (EF06MA12);
- Cálculo de porcentagens por meio de estratégias diversas, sem fazer uso da “regra de três” (EF06MA13).

¹⁶ Mais detalhes em : <https://mentalidadesmatematicas.org.br/2020/04/07/conversas-numericas-despertam-a-flexibilidade-da-matematica/>

9.4 Mantendo o equilíbrio (equações e balança)

O que é o pensamento algébrico? Para Ponte e seus colaboradores, “o pensamento algébrico inclui a capacidade de lidar com expressões algébricas, equações, inequações, sistemas de equações e de inequações e funções. Inclui, igualmente, a capacidade de lidar com outras relações e estruturas matemáticas e usá-las na interpretação e resolução de problemas matemáticos ou de outros domínios” (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009, p. 10).

Essa interpretação dos conceitos e procedimentos algébricos no ensino aprendizagem de matemática já estava assinalada nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e foi reforçada pela BNCC.

As possíveis operações que podem ser realizadas em uma equação com o objetivo de solucioná-la (isto é, de descobrir o valor da incógnita) estão baseadas em princípios que tem o objetivo de manter a igualdade inalterada (princípios aditivo e multiplicativo).

Constituem essa grande ideia os objetos a seguir:

- Propriedades da igualdade: Reconhecer que a relação de igualdade matemática não se altera ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir os seus dois membros por um mesmo número e utilizar essa noção para determinar valores desconhecidos na resolução de problemas. (EF06MA14);
- Problemas que tratam da partição de um todo em duas partes desiguais, envolvendo razões entre as partes e entre uma das partes e o todo (EF06MA15);
- Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números racionais (EF06MA11);
- Cálculo de porcentagens por meio de estratégias diversas, sem fazer uso da “regra de três” (EF06MA13);
- Plantas baixas e vistas aéreas (EF06MA28);
- Construção de figuras semelhantes: ampliação e redução de figuras planas em malhas quadriculadas (EF06MA21);
- Problemas sobre medidas envolvendo grandezas como comprimento, massa, tempo, temperatura, área, capacidade e volume (EF06MA24).

9.5 O mundo numa folha de papel. Ampliando e reduzindo figuras. O que muda? O que permanece?

As questões escolhidas para dar nome a esta grande ideia são norteadoras dos conceitos e procedimentos que se desejam desenvolver: o que ocorre quando uma figura geométrica é ampliada ou reduzida? Quando se faz um desenho bidimensional como representação de um objeto do mundo sensível, quais elementos devem ser garantidos inalterados para que se verifique uma correspondência entre o objeto e sua “cópia” ampliada ou reduzida?

Esta grande ideia tem forte relação com as técnicas de medidas, pois demanda o conhecimento das unidades padrão utilizadas para medir comprimentos, ângulos e áreas. Além disso, as noções de proporcionalidade, homotetia e os estudos de triângulos semelhantes favorecem o vínculo entre o pensamento algébrico e geométrico.

Constituem essa grande ideia os objetos a seguir:

- Construção de figuras semelhantes: ampliação e redução de figuras planas em malhas quadriculadas (EF06MA21) (EF06MA29);

- Plantas baixas e vistas aéreas (EF06MA28);
- Problemas sobre medidas envolvendo grandezas como comprimento, massa, tempo, temperatura, área, capacidade e volume (EF06MA24);
- Prismas e pirâmides: planificações e relações entre seus elementos (vértices, faces e arestas) (EF06MA17);
- Construção de retas paralelas e perpendiculares, fazendo uso de réguas, esquadros e softwares (EF06MA22 e EF06MA23);
- Ângulos: noção, usos e medida (EF06MA25, EF06MA26 e EF06MA27);
- Propriedades da igualdade: Reconhecer que a relação de igualdade matemática não se altera ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir os seus dois membros por um mesmo número e utilizar essa noção para determinar valores desconhecidos na resolução de problemas. (EF06MA14);
- Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números racionais (EF06MA11).

9.6 Investigando e desenhando figuras 2D e 3D (Como se relacionam? Quais são suas características?)

O Como já mencionado, desenhar é uma ação humana muito presente no desenvolvimento do conhecimento matemático de quaisquer civilizações. Esta grande ideia permite explorar e justificar saberes tanto da Geometria como os relacionados a números e álgebra. Sendo assim, é importante conhecer o vocabulário dos termos que permitem reconhecer e organizar polígonos, poliedros e demais figuras planas e espaciais que serão desenhadas.

O uso dos instrumentos de desenho (régua, compasso e softwares) favorece um aprendizado em que processos e conceitos não são vistos como abordagens independentes, mas como necessárias para o pensamento flexível.

Constituem essa grande ideia os objetos a seguir:

- Polígonos: classificações quanto ao número de vértices, às medidas de lados e ângulos e ao paralelismo e perpendicularismo dos lados (EF06MA18, EF06MA19 e EF06MA20);
- Plano cartesiano: associação dos vértices de um polígono a pares ordenados (EF06MA16);
- Construção de retas paralelas e perpendiculares, fazendo uso de réguas, esquadros e softwares (EF06MA22 e EF06MA23);
- Prismas e pirâmides: planificações e relações entre seus elementos (vértices, faces e arestas) (EF06MA17);
- Plantas baixas e vistas aéreas (EF06MA28);
- Ângulos: noção, usos e medida (EF06MA25, EF06MA26 e EF06MA27);
- Problemas sobre medidas envolvendo grandezas como comprimento, massa, tempo, temperatura, área, capacidade e volume (EF06MA24).

9.7 Fazendo pesquisas: O que quero saber? Quais perguntas fazer? Como ler e representar as informações?

O planejamento, coleta, organização e representação de dados de uma pesquisa são saberes cada vez mais urgentes em nossa sociedade em que os dados fazem parte da cultura, economia, política e relações sociais.

Estas etapas fazem parte de um aprendizado que podemos chamar de uma “iniciação científica”, já que para que se tenha confiabilidade nos resultados de uma pesquisa é necessário tomar decisões que antecedem a coleta de dados como a definição do fenômeno a ser examinado, da seleção amostral e do tipo de organização e apresentação das informações.

Constituem essa grande ideia os objetos a seguir:

- Coleta de dados, organização e registro. Construção de diferentes tipos de gráficos para representá-los e interpretação das informações (EF06MA33);
- Leitura e interpretação de tabelas e gráficos (de colunas ou barras simples ou múltiplas) referentes a variáveis categóricas e variáveis numéricas (EF06MA31 e EF06MA32);
- Diferentes tipos de representação de informações: gráficos e fluxogramas (EF06MA34);
- Cálculo de probabilidade como a razão entre o número de resultados favoráveis e o total de resultados possíveis em um espaço amostral equiprovável;
- Cálculo de probabilidade por meio de muitas repetições de um experimento (frequências de ocorrências e probabilidade frequentista) (EF06MA30);
- Problemas sobre medidas envolvendo grandezas como comprimento, massa, tempo, temperatura, área, capacidade e volume (EF06MA24);
- Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números racionais (EF06MA11);
- Cálculo de porcentagens por meio de estratégias diversas, sem fazer uso da “regra de três” (EF06MA13).

9.8 Como medir a sorte (o acaso)?

Os fenômenos naturais não são determinados pela matemática, mas podem ser estudados por ela. Os conhecimentos necessários para lidar com ocorrências probabilísticas passam pelo reconhecimento das ideias de amostra, eventos prováveis e equiprobabilidade, assim como pelas estratégias de cálculo de chances de ocorrência.

Constituem essa grande ideia os objetos a seguir:

- Cálculo de probabilidade por meio de muitas repetições de um experimento (frequências de ocorrências e probabilidade frequentista) (EF06MA30);
- Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números racionais (EF06MA11);
- Cálculo de porcentagens por meio de estratégias diversas, sem fazer uso da “regra de três” (EF06MA13).

Em resumo

- O Mapa das Grandes ideias não é único e nem definitivo.
- Temos 8 Grandes ideias para o 6º ano.
- As habilidades da BNCC estão contidas nas grandes ideias.

10. Quais são as implicações?

É essencial não perder de vista que o currículo (em qualquer de seus níveis) é apenas uma parte da complexa atividade educacional. Outros elementos que influenciam as decisões tomadas pelas escolas são as conjunturas sociais e políticas que muitas vezes não estão manifestas com objetividade nos textos ou em suas interpretações. Esses componentes são, na maioria dos casos, bastante amplos e intrincados e a comunidade escolar deve estar atenta e sensível a seu papel de permitir o constante debate e aperfeiçoamento das relações sociais.

Há, ainda, instâncias que também pertencem ao âmbito da educação em outras esferas de atuação e que têm impacto significativo na organização curricular da Educação Básica. Podemos citar como exemplos as avaliações externas (feitas geralmente pelos órgãos da administração pública), a formação inicial e continuada de professores e as comunidades científicas dedicadas a pesquisas educacionais.

No que diz respeito às avaliações, as matrizes definidas para a criação de seus bancos de questões interferem na produção de materiais didáticos que enfatizam os temas que são priorizados nas provas de verificação da proficiência dos estudantes.

Os cursos de formação de professores, em especial as licenciaturas, ao constituírem seus próprios projetos de curso com esta ou aquela abordagem de ensino, impedem que os profissionais tenham acesso a um rol mais amplo de possíveis abordagens que poderão desenvolver em suas próprias salas de aula. Mesmo os cursos de formação continuada, por vezes cometem o equívoco de apresentar uma repetição dos mesmos conteúdos e métodos empregados na graduação, apenas com um rigor acentuado.

As comunidades científicas dedicadas às pesquisas sobre Educação em geral e Educação Matemática em particular afetam também a interpretação do currículo ao sinalizar, com seus trabalhos acadêmicos, aquilo que parece ser merecedor de maior atenção por parte de quem atua no cotidiano da Escola. As tendências indicadas pelos pesquisadores influenciam tanto os materiais didáticos, como a formação de docentes e nitidamente os documentos de orientações curriculares. Nesse sentido, convidamos as leitoras e os leitores a refletirem conosco sobre qual a importância da comunidade escolar, pensando em currículo e de se construí-la? Além do currículo proposto (e interpretado), o que influencia na educação escolar? Os cursos de licenciatura propõem reflexões sobre as práticas de ensino e os objetivos curriculares?

Em resumo

- O currículo compõe uma das partes da atividade educacional.
- As avaliações externas, a formação de professores e as pesquisas educacionais têm um impacto significativo na organização escolar.

11. Como eu posso integrar essa abordagem conectada ao meu currículo? Práticas de ensino?

Além do alinhamento pedagógico com o corpo docente, é importante também que se fortaleça a comunidade escolar, aproximando os estudantes e as famílias, envolvendo-os para que se apropriem dos objetivos do espaço de aprendizado e também compreendam as práticas adotadas. Dessa forma, a estruturação sólida desse conjunto de partículas atua como uma base fundamental, na qual o docente consegue realizar suas práticas de forma continuada e assistida por sua comunidade escolar (alunos, docentes e famílias).

Tratando-se da sala de aula, é fundamental que o professor tenha um exercício de mentalidade no seu dia a dia, fortalecendo uma cultura na relação de aprendizado e desenvolvimento. Listamos a seguir alguns exemplos:

- Compreender como e porque a matemática é para todos;
- Valorizar e resgatar a experiência dos alunos sobre os assuntos;
- Promover o ensino pela investigação - que as práticas sejam mais investigativas e menos expositivas;
- Ficar atento às observações que os alunos trazem e utilizá-las para engajá-los e aprofundar a aprendizagem;
- Levar em conta fenômenos do cotidiano trazendo exemplos práticos;
- Pensar se a atividade que está trazendo limita-se a uma única matéria ou se pode ser aprofundada alcançando outros assuntos e fazer ajustes caso necessário;
- Enxergar os erros como possibilidade - acolher o erro, compreendê-lo e utilizá-lo como uma oportunidade de aprendizado;
- Fortalecer elogios visando sempre práticas e não características;
- Fornecer um ambiente no qual demonstrar os pensamentos e elaborar resoluções - mesmo com erros - é algo positivo para o desenvolvimento;
- Adotar o compartilhamento e a troca como práticas de ensino;
- Compartilhar e discutir ideias com colegas de trabalhos, sendo ou não da mesma instituição de ensino que você, especialmente sobre as práticas - o que funcionou ou não, o que pode ser mais explorado, adequações e outras;
- Promover trocas entre diferentes disciplinas sobre assuntos e temas atualmente trabalhados, pois normalmente existem muitas convergências nos assuntos e temas - e isso pode ser utilizado como forma de contextualizar as abordagens;
- Refletir sobre as práticas - o que funcionou ou não, o que pode ser mais explorado, adequações e outras, e sempre que possível compartilhar sobre as mesmas e discutir ideias com colegas de trabalhos, sendo ou não da mesma instituição de ensino que você.

Ainda que muitas vezes os materiais base sejam livros didáticos, apostilas e outros, o maior destaque sempre deve repousar na prática em si, na abordagem dos materiais e no pensamento de transformá-los para potencializar o ambiente de aprendizado. Assim, as práticas podem expandir da escala micro para a macro, edificando uma cultura sólida e não um evento isolado.

Em resumo

- Refletir e buscar apoio: compartilhar e discutir ideias de práticas de sala com colegas de trabalho, dentro ou fora da instituição.
- Ficar atento e observar o que os alunos trazem como experiência sobre o assunto abordado e utilizar isso para potencializar a aprendizagem.
- Práticas de aprendizado com mais investigação e menos exposição.
- Enxergar e tratar o erro como oportunidade de aprendizado.

12. Construindo e mantendo uma comunidade de aprendizagem

Assim como o trabalho em grupo, as atividades abertas e investigativas são ótimas oportunidades de aprendizagem para os estudantes. Pois possibilitam, por exemplo, desenvolver a linguagem científica e argumentação, além das habilidades socioemocionais. Os mesmos benefícios valem para professores que compartilham com seus pares o planejamento da aula, trocam experiências e, principalmente, vivenciam as atividades como aprendiz de matemática. Sendo esse, talvez, o principal desafio de um professor.

Nesse sentido, para vivenciar uma atividade como aprendiz o convidamos a deixar de lado a concepção comum do professor como “o detentor do saber”¹⁷. Pois, sendo um aprendiz de matemática é possível se deparar, por meio da experiência, com as dificuldades e questionamentos que seus alunos têm e terão. Consequentemente será possível pensar em perguntas-chaves que levem o aluno à reflexão e à investigação. Na seção Atividades propícias à Abordagem de Mentalidades Matemáticas, daremos exemplos de atividades que abordam as grandes ideias e como podem ser feitas essas perguntas-chaves.

Ainda tratando sobre vivenciar antecipadamente as atividades, você já parou para refletir sobre quais sentimentos seus alunos têm ao executar uma atividade em sala de aula? O que ele sente? Quais são seus obstáculos para atingir o objetivo de aprendizagem daquela aula? Que emoções são despertadas quando dizemos que eles terão um problema de vestibular para resolver? Quais emoções despertamos neles ao dizer que a tarefa do dia será uma exploração ou investigação¹⁸? Você se lembra como se sentia nessas situações quando era estudante?

Há extensos e importantes trabalhos na área de neurociência aplicada à educação que tratam sobre a importância das emoções para a aprendizagem, em especial, Fonseca (2016, V. 33 - Ed 102) afirma que as emoções são o suporte básico e necessário para as funções cognitivas. Ou seja, a depender das emoções que tivermos em determinada situação a aprendizagem ocorrerá ou não. Nas palavras de Fonseca “A aprendizagem significativa e motivadora é o resultado da interação entre a emoção e a cognição”.

Diante dessas evidências, a vivência do Professor como aprendiz torna-se crucial para ele ter uma dimensão de algumas das emoções que a sua atividade gerará em seus alunos. Além do mais, é preciso um ambiente seguro para que os alunos possam se focar em aprender, conforme tratamos na seção *Ambiente seguro para a aprendizagem*.

Outra prática que colabora para uma comunidade de aprendizagem é a observação de sala de aula de seus pares. É comum em algumas escolas, gestores acompanharem algumas aulas dos professores, porém essas observações, geralmente, acontecem quando o professor é recém-contratado ou quando há reclamações sobre o docente. Nota-se que nesses dois exemplos, o que há é uma observação com intuito de avaliar, julgar a prática docente do professor. Esse não é o objetivo de uma observação de

¹⁷ Que está diretamente relacionado ao contrato didático, trataremos sobre ele no próximo capítulo.

¹⁸ Aqui estamos utilizando a definição dada por PONTE (2002, p.5)

sala de aula cujo objetivo é colaborar para o ensino e aprendizagem. Pois está focada somente no Professor e, principalmente, leva em consideração o ponto de vista do observador, o que é subjetivo. Então como observar a sala de aula dos nossos pares?

Observar sem julgar tanto o professor quanto os alunos. Descrever detalhadamente o que vê na sala de aula. O foco na descrição é essencial, como defende City et al: “estamos à procura de relações de causa-e-efeito entre o que observamos os professores e os alunos fazendo e o que os alunos sabem e realmente são capazes de fazer como consequência” (2014 , p. 109).

Para que isso ocorra devemos deixar de lado expressões do tipo “a aula foi boa”, “o professor explica muito bem”, “os alunos não prestaram atenção durante o tempo todo”. Essas frases expressam somente a opinião do observador a partir do que ele tem como “uma boa aula” ou um professor explicar bem ou mal.

Nesse sentido, podemos trocar essas frases de julgamento por “O professor solicitou que os alunos realizassem a atividade da página 4 e todos os alunos realizaram, exceto 3 alunos”, “O professor conseguiu explicar todo o conteúdo pretendido para aquela aula, dois alunos fizeram 3 perguntas cada um e os demais somente copiaram as anotações do professor”. Aqui há uma descrição que tenta estar livre de julgamentos, portanto a consideramos como evidências. E a partir da reunião de evidências podemos debatê-las e refletir sobre o que elas nos trazem sobre a aprendizagem dos alunos (ver City et al, 2014).

Por conseguinte, um exemplo de comunidade de aprendizagem são as Células de Mentalidades Matemáticas que o Instituto Sidarta lançou para professores. Essas células são grupos de professores organizados nas cinco regiões brasileiras e virtualmente encontram-se para discutir práticas de mentalidades matemáticas, estratégias e desafios da prática docente.

Em resumo

- Professor como aprendiz.
- Compartilhar experiências com os pares.
- Acompanhar e Observar sua aula e dos pares.

13. Atividades propícias à Abordagem de Mentalidades Matemáticas

Neste capítulo, trouxemos algumas atividades que notamos como bons exemplos que evidenciam as conexões entre as Grandes Ideias, ou seja, elas desempenham o papel de um elo entre as Grandes Ideias. Para elucidar melhor como compreendemos essas conexões dividimos a atividade em oito partes: justificativa, material, adaptação, abordagem, perguntas chaves, extensão, observe e conexões; sendo essas divisões um auxílio somente ao Professor. Veja abaixo a descrição de cada parte da atividade.

Justificativa: Um breve parágrafo que justifica o porquê dela.

Material: Descrevemos os materiais necessários para a sua realização.

Material extra: É uma sugestão de materiais manipulativos para a atividade.

Abordagem: São dicas de como organizar a sala e conduzir a realização da atividade.

Perguntas Chaves: São perguntas essenciais para a condução da atividade, que auxiliam os alunos a atingirem os objetivos de aprendizagem da aula.

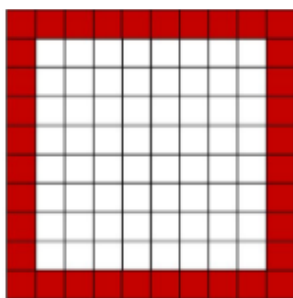
Extensão: Possibilidades para explorar em um maior grau de dificuldade ou relacionar com outras atividades.

Observe: Observar as evidências em relação aos conteúdos matemáticos desenvolvidos pelos alunos.

Conexões: Como a atividade possibilita a conexão entre duas grandes ideias. Por acreditarmos que essas atividades não são únicas para conectar grandes ideias e também pelo fato do nosso mapa conceitual ser uma das opções de mapas, optamos por não colocar todas as conexões.

13.1 Mantendo o equilíbrio (equações e balança)

13.1.1 Atividade: O [Problema da Borda](#)



Essa atividade é uma ótima oportunidade para trabalhar argumentação matemática, expressões numéricas e preparação para a transição da aritmética para a álgebra, isso ocorre quando o aluno tenta generalizar a quantidade de quadradinhos na borda de um quadrado qualquer.

Material: Papel, Lápis HB, Lápis de cor, Borracha, Papel quadriculado 10 X10.

Material extra: Material dourado possibilita construir grades de tamanhos diversos. É possível também construir com tampinhas de garrafa pet.

Abordagem: Diga aos alunos que mostrará, por alguns segundos, um quadriculado 10 X 10 e eles deverão falar quantos quadradinhos há na borda. Não pode contar

os quadradinhos um a um. Dê um tempo para os alunos pensarem individualmente, após isso peça que compartilhem seus resultados e estratégias.

É importante que também se faça a representação visual das estratégias dos alunos, assim eles vêem como um problema a princípio numérico pode estar diretamente relacionado à geometria.

Perguntas chaves: Como fazer uma representação visual da nossa solução?

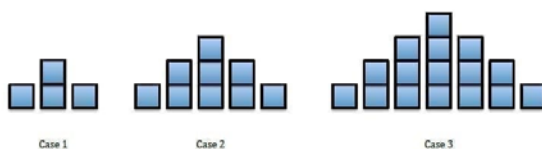
Com a nossa estratégia é possível encontrar a quantidade de quadrados da borda de um quadriculado 9 X 9, por exemplo?

Extensão: Após o aluno ter explorado alguns casos, a começar pelo quadrado 10X10. Convide-os para tentar generalizar a quantidade de quadradinhos de um quadrado qualquer. Para trabalhar equivalência entre as possíveis generalizações, peça que comparem as suas resoluções e justifiquem se são equivalentes.

Observe: Se os alunos são capazes de identificar que embora cada um chegue a uma resolução distinta, ambas são equivalentes. Ou seja, há vários modos algébricos ou não de resolução de um problema. Se os alunos são capazes de descrever, em língua materna, como se calcula a quantidade de quadradinhos de uma borda “muito grande” Os alunos conseguem perceber o que permanece igual para cada retângulo, independente do tamanho?

Conexões: A investigação de uma figura geométrica em conjunto com um tratamento algébrico (tentativa de expressar a quantidade de quadradinhos) estabelece uma boa conexão entre as grandes ideias “Investigando e desenhando figuras 2D e 3D” e “Mantendo o equilíbrio”. Após a representação algébrica o aluno faz a representação visual de sua solução, nesse sentido ele estará novamente no campo da geometria.

13.1.2 Atividade: Quadrados sobre quadrados¹⁹



Fonte: https://bhi61nm2cr3mkgk1dtaov18-wpengine.netdna-ssl.com/wp-content/uploads/cc_resize/Raindrop-3c15a-550x0.jpg

Essa atividade trabalha noções de álgebra tais como generalização e identificar o crescimento de padrões. Além do mais, trabalha a matemática de forma visual, prática importante para compreensão de conceitos.

Material: Papel, lápis, caneta, Lápis de cor / marcadores.

Material extra: Utilizando as unidades e dezenas do material dourado.

Abordagem: Em grupos de no máximo 4 alunos e com o uso de lápis de cores os alunos tentam identificar os padrões, deixe que os alunos explorem.

¹⁹ Disponível em: <https://www.youcubed.org/pt-br/tasks/quadrados-sobre-quadrados/> Acessado em 21 de dez 2020.

Perguntas chaves:

- Como vocês vêem essa sequência de figuras crescendo?
- Como seria o 4º caso?
- É possível determinar o 10º caso?
- Conseguimos descrever o caso de um número “muito grande”?
- Como seria o caso 0?
- Como podemos escrever uma expressão que se relacione com as diferentes formas visuais de enxergar o padrão crescendo?
- Considerando que o número de quadrados é o mesmo em cada modo de ver, por que as representações algébricas parecem diferentes?
- Você precisava fazer todos os casos para saber como seriam os 10 ou 20 casos?
- Como você pode descrever como seriam os 10 ou 20 casos?
- Como você sabia?
- O que acontece com o padrão quando você o estende ao 10º ou 20º caso?
- Como você descobriu quantos quadrados haveria no 10º ou no 20º caso?

Extensão: Qual caso teria 289 quadrados?

Observe: Se os alunos visualizam o padrão de crescimento independente do número de quadrados. Se tentar encontrar outros modos de visualizar o padrão crescendo.

Conexões: Grande Ideia: O mundo numa folha de papel. Ampliando e reduzindo figuras. O que muda? O que permanece?

13.2 O mundo numa folha de papel. Ampliando e reduzindo figuras. O que muda? O que permanece?

13.2.1 Atividade: [A FORMA DO ORIGAMI - Adaptada](#)²⁰



FONTE: <https://bhi61nm2cr3mkdgk1dtaov18-wpengine.netdna-ssl.com/wp-content/uploads/2019/08/Shape-Origami-Image-1024x683.jpg>

Essa atividade trabalha noções de geometria, proporcionalidade e frações, com estímulo de uma matemática mais criativa e visual. Isso é notado quando os alunos

²⁰ Adaptado de <https://www.youcubed.org/pt-br/resources/a-forma-do-origami-ef-5o-ano/> Acesso em 21 de dez de 2020.

realizam as dobraduras, explorando conceitos de arestas, vértices, áreas e notando que através dos movimentos para se realizar as dobraduras e abri-las, nota-se as proporcionalidades e frações das novas figuras.

Material: Papel retangular, Lápis HB, Lápis de cor, Borracha.

Material extra: Utilizar formas geométricas que os alunos possam manipular e levantar suas características.

Abordagem: Distribua folhas retangulares aos alunos (atenção com escolha do tipo de papel por conta do material), fale sobre o formato da folha e eles deverão pensar em criar retângulos menores com aquela folha e em outros formatos e também perceberem a proporcionalidade da figura anterior para a nova, e trabalhando conceito de frações visualmente. É importante que possam expor coletivamente suas ideias, pois assim compartilharão outras estratégias. Faça perguntas para que eles possam investigar:

1. Como você dobraria esta folha de papel para fazer um retângulo menor?
2. Como você dobraria esta folha de papel para fazer um triângulo? Um triângulo retângulo? E um triângulo isósceles?
3. Como você dobraria esta folha de papel para fazer um quadrado?

Após feita a abordagem e as primeiras dobraduras, desafie-os a pensar sobre a relação das figuras formadas nas dobraduras, se existe alguma proporcionalidade, e se for construído aleatoriamente se existirá proporção.

Perguntas chaves: Como você pode defender que esta forma é um retângulo?

Qual característica deste triângulo que garante que ele seja retângulo?

Qual característica deste triângulo que garante que ele seja isósceles é possível provar?

Teria como ele ser retângulo e isósceles ao mesmo tempo?

Como você defende que esta forma é um quadrado?

Extensão: Desafie os alunos a pensar na seguinte pergunta: Se for construído aleatoriamente qualquer forma a partir da dobradura de um retângulo se existirá proporção e se a escolha de um retângulo novo dentro os que formação representa visualmente uma fração, quais as frações que estão relacionadas com as passagens desta dobradura.

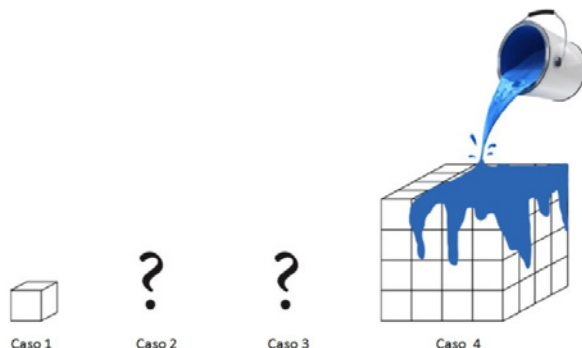
Observe: Os alunos devem identificar características geométricas, tais como arestas, vértices e as áreas. Bem como identificar nas figuras que serão formadas que existe uma proporcionalidade que é respeitada para que eu garanta uma semelhança, também visualizar e identificar as frações no momento em que se mostra as figuras formadas à partir da dobradura e escolhendo uma ou mais representações dentro do "todo".

Conexões: A exploração dessa atividade cumprindo os objetivos principais de geometria e álgebra propostos inicialmente podem se conectar com "investigando o mundo em 2D e 3D" e "flexibilidade numérica".

Investigando e desenhando figuras 2D e 3D (Como se relacionam? Quais são suas características?) - Flexibilidade numérica: representando números e calculando resultados: Decompor e compor as figuras, assim como enxergar as partes nas frações e "juntá-la" novamente, critério de multiplicar as partes iguais para obtermos o inteiro pelo produto.

13.3 Investigando e desenhando figuras 2D e 3D (como se relacionam? Quais são suas características?)

13.3.1 Atividade: Cubo Pintado²¹



FONTE: <https://bhi61nm2cr3mkgk1dtaov18-wpengine.netdna-ssl.com/wp-content/uploads/2017/03/PINTANDO-O-CUBO.jpg>

Essa atividade tem tudo a ver com conectar o pensamento geométrico, como área e volume da superfície, com a descoberta de padrões e a generalização da construção, uma base sólida para o pensamento algébrico. Existem tantos padrões neste problema que os alunos verão as coisas em números e visualmente. É uma boa oportunidade para estabelecer motivos para registrar o que os alunos veem em um gráfico. O uso dos cubos para a tarefa permite que os alunos explorem a área de superfície e o volume de cubos de tamanhos diferentes, codificação de cores, construção e desmontagem de cubos.

Material: Adaptação: Utilizar pequenos cubos para que os alunos possam manipular, montar e analisar as faces, uma sugestão para pintura das faces, é utilizar giz de diferentes cores, para que eles possam diferenciar os padrões.

Material extra: Os alunos podem estar em grupos de 4 alunos, o professor pode projetar ou mostrar um cubo, e começar a fazer um levantamento prévio do que os alunos estão observando e aproveitar para levantar algumas características desta figura espacial. Em seguida, inicia a aula com uma pergunta: "Se pegássemos um cubo 4x4x4 e mergulhássemos em tinta, quantos cubos teriam três lados pintados? Dois lados pintados, um lado pintado e nenhum lado pintado?"

Agora os alunos devem iniciar suas investigações, com o uso de materiais manipulativos (cubos), para tentar descobrir e defender seus argumentos para as perguntas feitas.

Pergunte: Quantos cubos pequenos têm 3 faces azuis? Quantos têm 2 faces azuis? Quantos têm uma face azul? Quantos ainda não foram pintados?

Quantos cubos pequenos teriam 3, 2, 1 e 0 faces pintadas em um cubo 10x10x10?

É importante que todos os alunos tenham oportunidade de descrever o que estão percebendo, então, a turma irá unir todas as contribuições para perceber os padrões da pintura. Construção de uma tabela coletiva no quadro, pedindo aos alunos que compartilhassem

²¹ Disponível em: <https://www.youcubed.org/pt-br/tasks/pintando-o-cubo/> Acesso em 21 de dez 2020.

suas descobertas e as registrassem na tabela. À medida que os alunos registravam suas descobertas, os incentivamos a adicionar tudo o que encontravam na tabela e dissemos que deveriam ficar à vontade para adicionar colunas ou linhas e discordar se notassem algo diferente de outro aluno. Continuamos discutindo cada entrada até que houvesse acordo. Deixamos a linha de baixo sem título. Nosso objetivo era fazer com que alguém notasse a conexão com o volume de um cubo.

Perguntas chaves: O que você percebeu? Isso acontece no cubo $2 \times 2 \times 2$? Quantas unidades possuem essa forma? Como pode ter certeza disso? Quais as regularidades que você percebe? Alguns cubos permanecem sempre com as mesmas faces pintadas?

Extensão: Ampliar como ele Crie sua própria investigação usando outras formas espaciais, por exemplo, utilizar prismas de base retangular que tenham as dimensões proporcionais.

Observe: Esta atividade traz uma grande oportunidade para mensagens, é importante ficar atento durante as etapas sobre as conclusões que estão tomando e como validam suas ideias. O esforço, as ideias e as estratégias são reconhecidas e elogiadas de modo consistente. Também pode-se observar que ela é matematicamente desafiadora trazendo oportunidade de argumentação, abrindo espaço para diferentes abordagens e recursos visuais. Observe se eles conseguem perceber que alguns cubos internos, não possuem faces pintadas, também é importante que eles relacionem as descobertas das quantidades das faces pintadas com o volume total, assim podem garantir se contar todos os cubos, ou seja, nosso objetivo era fazer com que alguém notasse a conexão com o volume de um cubo.

Conexões:

1. Mantendo o equilíbrio (equações e balança). Quando os alunos descobrem o volume total, eles conseguem argumentar sobre os cubos que não são visíveis, pela igualdade.
2. O mundo numa folha de papel. Ampliando e reduzindo figuras. O que muda? O que permanece? Mantendo o equilíbrio (equações e balança).

13.3.2 Atividade: [Dobradura de papel](#)²²

Esta atividade é desafiadora para qualquer aluno, ela é importante para ensinar a argumentar e justificar, e a serem convincentes, práticas matemáticas muito importantes.

Material: Papel, caneta/lápis, ficha dobradura de papel para os 3º e 4º anos, página 7 (5 perguntas, página 9), três folhas quadradas de papel para cada aluno.

Material extra: Utilizar formas geométricas que os alunos possam manipular e levantar suas características. Durante as argumentações é possível levantar algumas ideias sobre áreas, classificação dos quadriláteros e triângulos, frações.

Abordagem: Solicite que os alunos construam, utilizando dobradura de uma folha de papel, forme um quadrado, em seguida ele deve fazer outro quadro com exatamente $\frac{1}{4}$ da área do quadrado original e convencer alguém de que é um quadrado e

²² Disponível em: <https://bhi61nm2cr3mkdgk1dtaov18-wpengine.netdna-ssl.com/wp-content/uploads/2020/04/Dobraduras-de-Papel-5-a-3.pdf>. Acesso em 21 de dez de 2020.

possui $\frac{1}{4}$ da área. Faça o papel do cético e com perguntas, procure fazer com que ele argumente a respeito: Como você sabe que é um quadrado? Como isso te convence de que é um quadrado? Por que isso significa que elas formam um quadrado? Como sabe que o quadrado tem $\frac{1}{4}$ da área do quadrado original? Como você sabe que eles têm o mesmo tamanho do quadrado grande? Em dupla, um aluno irá convencer o outro: construa outro triângulo, também com $\frac{1}{4}$ da área, que não seja congruente com o primeiro que você construiu. Convença sua dupla de que ele tem $\frac{1}{4}$ da área. Construa um quadrado com exatamente $\frac{1}{2}$ da área do quadrado original. Convença sua dupla de que é um quadrado e que tem $\frac{1}{2}$ da área. Construa outro quadrado, também com $\frac{1}{2}$ da área, que tenha uma orientação diferente em relação ao que você construiu anteriormente. Convença sua dupla de que ele tem $\frac{1}{2}$ da área.

Perguntas chaves: Como você defende que esta forma é um quadrado? Como podemos provar que é $\frac{1}{4}$ da área da figura original?

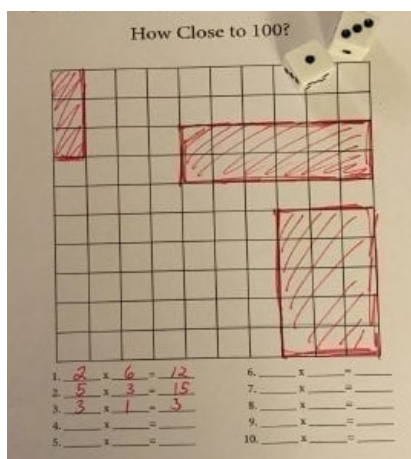
Extensão: Crie sua própria investigação usando outras formas planas, por exemplo, triângulos equiláteros.

Observe: Durante o processo, os alunos farão algumas tentativas, é o momento as dificuldades são valorizadas mostrando que é o melhor momento para o cérebro crescer e então, os alunos persistem por mais tempo.

Conexões: O mundo numa folha de papel. Ampliando e reduzindo figuras. O que muda? O que permanece?

13.4 Flexibilidade numérica: representando números e calculando resultados

13.4.1 Atividade: Quão perto de 100?²³



FONTE: https://bhi61nm2cr3mkdgc1dtaov18-wpengine.netdna-ssl.com/wp-content/uploads/cc_resize/how-to-close-100-thm-54d42-282x0.jpg.

Essa atividade potencializa o desenvolvimento da noção de flexibilidade numérica e a compreensão de fatos numéricos. E isso não ocorre por meio da “decoreba”. Portanto, possibilita ao aluno entender a multiplicação e algumas tabuadas de uma forma lúdica e fazendo uma relação direta com área de retângulos, outro assunto estudado nesse ano escolar.

²³ Disponível em: <https://www.youcubed.org/pt-br/tasks/how-close-to-100/> Acesso em 21 de dez de 2020.

Material: dois dados de 6 faces por dupla, uma folha quadriculada 10 X 10, lápis de cor ou caneta.

Material extra: Utilização de geoplano, elásticos ou quadradinhos de EVA que encaixem no geoplano.

Abordagem: Organize os alunos em dupla e dê dois dados para cada dupla (é possível também fazer os dados com papel), uma folha quadriculada 10 X 10. Peça aos alunos utilizarem lápis de cor para colorirem os seus retângulos.

Após algumas rodadas pergunte aos alunos como a disposição dos retângulos interfere nas jogadas seguintes.

Perguntas chaves: Qual a relação entre o produto e a quantidade de quadradinhos pintados? Qual a relação entre os números que saem nos dados e os lados dos retângulos? Quando saem dois números iguais no dado qual a figura formada?

Extensão: Faça uma nova rodada em que os alunos possam decompor da maneira que acharem mais adequada para sua estratégia. Por exemplo, $6 \times 4 = (6 \times 2) + (6 \times 2)$ ou $6 \times 4 = (4 \times 4) + (4 \times 2)$.

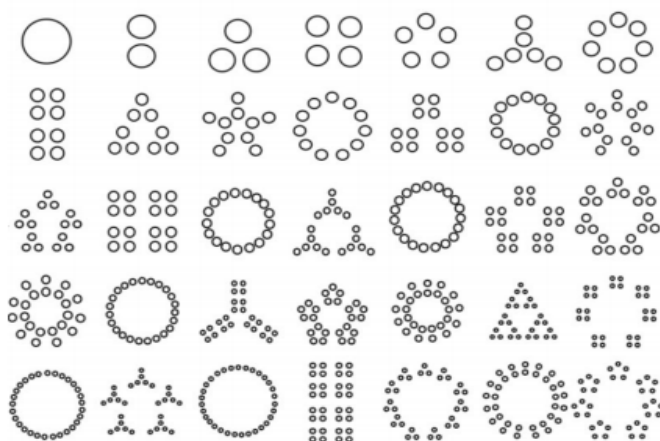
Observe: Se os alunos estão pintando retângulos, pois é comum que eles pintem outras figuras não convexas. Se relacionam o produto à área e os números que saem no dado aos lados do retângulo.

Conexões: Como os números são organizados em “famílias”? Como os números são constituídos?

13.5 Como os números são organizados em “famílias”?

Como os números são constituídos?

13.5.1 Atividade: NÚMEROS VISUAIS



FONTE: <https://mentalidadesmatematicas.org.br/wp-content/uploads/2020/11/Captura-de-Tela-2020-11-11-a%CC%80s-12.16.43.png>

Essa atividade tem como objetivo principal, além do trabalho em grupo e estimular a argumentação matemática, explorar tópicos de Geometria, Conjuntos, Números Primos, Sequências Numéricas, Multiplicidade.

Material: Ficha de atividades, lápis de colorir, canetas ou marcadores.

Material extra: Utilizar tampinhas de garrafas pet como material manipulável, para contagem e representação das formas que estão na ficha. Pode-se pensar em fazer um gabarito da ficha, recortando as figuras e deixando espaço para encaixar as tampinhas.

Abordagem: Distribua uma ficha de atividades e os materiais como lápis de colorir, canetas, borracha e marcadores. Deixe que os estudantes explorem as figuras e as formas, a observação é muito importante para essa atividade. Devemos estimular a visualização das formas, destacar os círculos e qual o padrão deles. É importante ajudá-los a destacar os padrões das figuras, os formatos e qual a relação dessas características com os números, composição e multiplicidade.

Deixe que eles troquem uns com os outros sobre o que notaram e pedir que expliquem e demonstrem aos demais de maneira argumentativa.

Perguntas chaves: O que cada imagem representa em sua ficha? Existe algo interessante entre as formas e os números encontrados? Existem padrões? Você consegue demonstrá-los?

Extensão: Será que conseguimos escrever o 36 utilizando os padrões encontrados?

- Existe algo em comum entre os números com formato de circunferência?
- Escolha um número com vários divisores (por exemplo, 12 ou 24) tente fazer uma nova representação visual desse número.

A partir do número escolhido, tente reescrever os números que estão na mesma diagonal dele. Mas lembre-se, seguindo a mesma lógica da sua representação visual.

Observe: É importante que os alunos identifiquem que os números visuais é uma sequência da reta numérica, que relacionem padrões de formas geométricas com os números visuais. Bem como notar a multiplicidade dos números que é expresso em padrões geométricos e quantitativos. Por fim, identificar se os alunos notam algum tipo de padrão nos números circulares, destacando que são primos. Todas as afirmações devem ser checadas com o coletivo, praticando argumentação.

Conexões: Flexibilidade numérica: representando números e calculando resultados.

13.6 Medindo o mundo: Quantas vezes cabe? Por que medimos? O que medimos? Como medimos?

13.6.1 Atividade: Enquadrando retângulos



FONTE: https://www.youcubed.org/wp-content/uploads/2018/04/COD461_5-dia-Formando-Ret%C3%A2ngulos-6o-ao-8o-anos.pdf.

Nesta atividade, os estudantes têm a oportunidade de explorar as operações de adição e multiplicação, a área e o perímetro de retângulos. Eles trabalham para encontrar padrões e organizar os dados, procurando maneiras de registrar suas observações. Esta atividade abre espaço para os jovens matemáticos contarem, descreverem formatos, explorarem ideias, construir com ladrilhos, investigarem conjecturas, analisarem padrões, organizarem descobertas, adicionarem e subtraírem ladrilhos, e criarem explicações visuais para justificar seus pensamentos.

Material: Quadrados coloridos manipulativos ou peças de papel (podem ser recortadas).

- Ficha da atividade (opcional).
- Papel (cartolina, craft etc) para elaborar o cartaz do grupo.

Material extra: Material manipulativo com texturas diferentes para cores diferentes.

Abordagem: Você pode dar um tempo para que os alunos cortem e construam figuras com as peças, e depois compartilhem o que criaram.

Para cada grupo, dê a folha com os desafios e as peças quadradas. Enquanto os alunos trabalham em grupo para descobrir quais retângulos satisfazem as condições dos desafios, eles procuram por padrões e tentam relacionar a área e perímetro com o tamanho de cada borda.

Dê tempo suficiente até que sintam que já exploraram todas as ideias. Encoraje-os a pensarem profundamente ao serem céticos, insistindo que encontrem vários exemplos que confirmem seus pensamentos.

Em algum momento, você pode apresentar como os matemáticos costumam usar as tabelas para organizar o que estão descobrindo. Tabelas nos ajudam a enxergar padrões. Encorajamos que as células da tabela sejam preenchidas com todos os diferentes valores que puderem surgir. Ter mais de uma resposta para a mesma célula possibilita grandes discussões.

Durante as discussões, se ainda tiverem respostas diferentes para uma mesma situação, pergunte se este é um tipo de problema que tem apenas uma resposta ou se ele tem várias respostas. Estimule-os a compartilharem suas justificativas para decidirem juntos se concordam com as várias respostas ou com apenas uma delas. Encoraje-os a descreverem suas estratégias visualmente.

Perguntas chaves:

Desafio 1: Crie um retângulo com uma borda que tenha o dobro da quantidade de peças da área. Encontre o máximo de retângulos que você conseguir. Registre cada um dos seus retângulos.

Desafio 2: Crie um retângulo com uma borda que tenha a mesma quantidade de peças da área. Encontre o máximo de retângulos que você conseguir. Registre cada um dos seus retângulos.

- Como vocês estão registrando suas descobertas?
- Como vocês estão organizando suas descobertas?
- Um retângulo 2×3 é o mesmo que um retângulo 3×2 ?
- Este é um tipo de problema que tem apenas uma resposta, ou é um problema que tem várias respostas?

Extensão: Se você tiver uma borda com 14 peças, quais poderiam ser as dimensões do retângulo? Há somente um retângulo com 14 peças na borda?

- Como você pode descrever a relação entre o número de quadrados do centro com o número de quadrados da borda?
- Elabore um problema como este que você gostaria de explorar.

Observe:

- Os alunos estão argumentando visualmente?
- Os alunos estão sendo céticos e estão usando exemplos para evidenciar seu raciocínio?
- Os alunos estão construindo tabelas que estejam ajudando a encontrar padrões?
- Os alunos estão estabelecendo relações entre área, perímetro e quantidade de peças?
- Os alunos estão estabelecendo relações entre expressões numéricas (ou algébricas) e elementos visuais?

Conexões: Flexibilidade numérica: representando números e calculando resultados. (Diferentes representações).

Fazendo pesquisas: o que quero saber? Quais perguntas fazer? Como ler e representar as informações? (Organizando informações).

13.6.2 Atividade: [Pacotes de açúcar.](#)

Nesta atividade os estudantes têm a oportunidade de discutir sobre a necessidade de padronização de unidade de medidas, quais as mais adequadas para cada situação, unidades de medidas internacionais, assim como a relação entre elas.

Material: Equipamento multimídia, papel, lápis grafite, lápis de cor.

Material extra: Separe uma garrafa PET de 600 ml com água para dar a ideia do “peso” de uma garrafa de 600 ml de refrigerante.

Faça alguns envelopes de papel (do tamanho de um sachê) e coloque açúcar refinado.

Pode ser feito também saquinhos com o plástico de sacolas plásticas convencionais.

Apresente esse material ao aluno e faça a descrição do vídeo “O ator consumiu 5 sachês de açúcar semelhantes ao que você está segurando”. Após a descrição do vídeo e o aluno com a garrafa e os sachês em mãos, faça as perguntas que fará aos demais alunos.

Abordagem: Organize os alunos em grupo, mostre o primeiro vídeo e em seguida inicia a discussão com as seguintes perguntas:

Quantos pacotes de açúcar você acha que tem dentro de uma garrafa de refrigerante de aproximadamente 600 ml? Quanto você acha que seria o máximo possível? Faça uma estimativa muito alta. Faça uma estimativa muito baixa.

Perguntas chaves: Quais informações você precisa saber para resolver este problema? Como podemos descobrir as bebidas que possuem mais ou menos açúcar? Quais as unidades de medida utilizadas?

Extensão: É possível aprofundar as ideias sobre proporção, direcionando a pergunta: Que tipo de alimento equivale a 50 pacotes de açúcar? Ou até falar da pirâmide alimentar, sobre hábitos alimentares, fazer conexões não só dentro da matemática, mas com outras áreas.

Observe: Observe se os alunos estão levantando as informações nutricionais, assim como a relação com as capacidades dos recipientes (garrafa e pacote de açúcar).

Conexões: Fazendo pesquisas: o que quero saber? Quais perguntas fazer? Como ler e representar as informações?

Medindo o mundo: Quantas vezes cabe? Por que medimos? O que medimos? Como medimos?

13.6.3 Atividade: Tanque de água

Nesta atividade os estudantes têm a oportunidade de discutir sobre a necessidade de padronização de **unidade de medidas**, quais as mais adequadas para cada situação, unidades de medidas internacionais, assim como a relação entre elas.

Material: Equipamento multimídia, papel, lápis grafite, lápis de cor.

Material extra: Balde, copos de medidas.

Abordagem: Organize os alunos em grupo, mostre o primeiro vídeo e em seguida inicie a discussão com as seguintes perguntas: Quanto tempo o tanque leva para encher? Este tempo vai depender de quais dados? Faça uma estimativa muito alta. Faça uma estimativa muito baixa.

Perguntas chaves: Quais informações você precisa saber para resolver este problema? A quantidade de água que sai de qualquer torneira é sempre a mesma? Isso mudaria o tempo? É possível descobrir a capacidade desse tanque? Como você faria?

Extensão: É possível aprofundar as ideias sobre proporção, vazão de água, direcionando a pergunta: Quanto tempo o tanque leva para esvaziar?

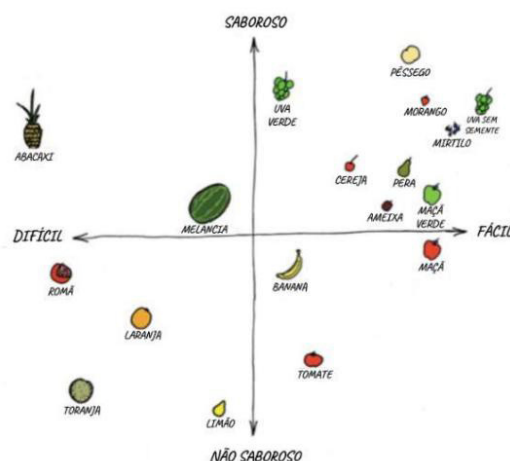
Ou até falar do desperdício de água, sustentabilidade e fazer conexões não só dentro da matemática, mas com outras áreas.

Observe: É importante que os alunos estejam investigando a situação para encontrar alguma estratégia para calcular o volume total, é importante que eles se sintam livres e confiantes para isso, talvez dividam o prisma octogonal e outros prismas e etc, observe e incentive os seus métodos.

Conexões: Investigando e desenhando figuras 2D e 3D (como se relacionam? Quais são suas características?).

Fazendo pesquisas: o que quero saber? Quais perguntas fazer? Como ler e representar as informações? É uma atividade que dá oportunidade para os alunos fazerem diferentes pesquisas sobre volume, capacidade, vazão de água.

13.6.4 Atividade: Conversa de Gráfico



Fonte: Mentalidades Matemáticas na sala de aula – Vol. 1.

Essa atividade é aberta e oferece espaço para os alunos trabalharem com gráficos como uma representação sem números. Deixar os números desativados dá a mais alunos acesso à conversa sobre como ler e criar um gráfico para compartilhar ideias.

Material: Equipamento multimídia ou Impressão A3 do gráfico das frutas; Artigo / revista; Lápis e caneta; Folheto da conversa sobre o gráfico; Papel para cartazes (cartolina ou craft); Réguas; Post-it.

Material extra: objetos com formas e texturas diferentes para representar pontos distintos no plano cartesiano e barbante para representar os eixos.

Abordagem: Sugerimos que comece projetando o gráfico das frutas e pedindo aos alunos que pensem no que o gráfico está dizendo. Peça aos alunos que registrem suas respostas a quatro perguntas sobre o gráfico em seus cadernos. Esse gráfico é qualitativo. Ele não inclui números para que os alunos possam usar sua intuição ao falar sobre o gráfico e não precisam se preocupar em como rotular eixos com números negativos e positivos. Se os alunos individualmente quiserem atribuir números ao falar sobre o que percebem, poderão. Mas não tornar obrigatório a gradação dos eixos.

Depois de dar tempo para os alunos pensarem e responderem às perguntas individualmente pedimos aos alunos que compartilhem suas ideias com toda a turma. A maneira como organizamos o compartilhamento foi identificar um líder em cada equipe que garantiria que todos na equipe tivessem a chance de falar sobre o que notaram sobre o gráfico e uma pergunta. Ouvimos quando as equipes terminavam, que geralmente pareciam alunos tendo uma discussão mais aberta sobre o gráfico. Reunimos todos os grupos e pedimos que compartilhassem o que haviam notado sobre o gráfico e quais eram suas perguntas. Muitos estudantes consideraram esse gráfico aberto porque a fruta é colocada no gráfico, dependendo da opinião de quem está criando o gráfico.

Após a discussão sobre o que eles notaram, mudamos os grupos para a criação de seus próprios gráficos. Deixe os grupos decidirem qual será o tópico do gráfico e quais deverão ser os eixos.

Perguntas chaves: Quais ideias você tem? O que você percebe? Que perguntas você tem? Que informação está dando a você?

Extensão: Peça aos alunos que escrevam em seus cadernos sobre como sua equipe chegou a um acordo de onde colocar os itens no gráfico. Em seguida, solicite que eles criem um gráfico em que cada um dos integrantes pertence a um dos quadrantes.

Observe: Enquanto as equipes trabalham para criar os gráficos, ouça como estão chegando a um acordo sobre onde colocar itens no gráfico. Ao ouvir, incentive os alunos a compartilharem suas próprias ideias e pedir aos outros que as compartilhem. Se você perceber que as pessoas dominam o que está gravado no pôster, peça que compartilhem com você como estão decidindo onde colocar os itens no gráfico. Se você perguntar sobre as decisões deles sobre um item específico, poderá participar da discussão e modelar o tipo de conversa que leva a um acordo de colaboração.

Conexões: Fazendo pesquisas: o que quero saber? Quais perguntas fazer? Como ler e representar as informações?

13.7 Fazendo pesquisas: o que quero saber? Quais perguntas fazer? Como ler e representar as informações?

13.7.1 Atividade: [Projeto Recuperação do COVID-19](#)²⁴

Com esta atividade, os alunos estarão em contato com muitas informações e dados gerados pelo problema da pandemia causada pelo coronavírus em 2020, afetando diretamente suas vidas.

Material: Equipamento multimídia papel, lápis grafite, lápis de cor, recursos para os alunos pesquisarem. Material extra: revistas, jornais, ou equipamentos para pesquisa. Abordagem: Organize os alunos em grupo, faça um levantamento do que eles sabem sobre o COVID. Em seguida, mostre alguns dados apresentados em: <https://www.worldometers.info/coronavirus/> sobre os dados mundiais. Abra a discussão e permita que eles iniciem uma pesquisa.

Perguntas chaves: A partir da pergunta disparadora: “Por que há países cujo percentual de recuperados em relação ao total de infectados é tão alto e outros que é tão baixo? O que eles estão fazendo de diferente?” Os alunos serão convidados a aprofundar-se em notícias e dados oficiais para criarem hipóteses e argumentos para suas respostas.

Extensão: É um projeto bimestral ou semestral. Talvez ele em si já seja uma extensão.

Observe: As perguntas são abertas, estimulam vários métodos, pontos de vista e raciocínios. Com o uso de diferentes sites, simuladores, representações, eles fazem conexões entre ideias, métodos e representações são valorizadas e exploradas através de recursos visuais, dinâmicos e criativos.

Conexões: Como medir a sorte (o acaso)? Fazendo pesquisas: o que quero saber? Quais perguntas fazer? Como ler e representar as informações?

²⁴ Disponível em: https://docs.google.com/document/d/1wNiGeFyKrHFbYmVvCaRR_N4bJHlxhdr9ZE59NZq7MFM/edit?usp=sharing Acesso em 21 de dez de 2020

14. Como medir a sorte (o acaso)?

14.1 Atividade: Qual time vai ganhar?²⁵



FONTE: <https://nrich.maths.org/content/id/9546/AnimalPlayingFootball.png>

Este problema fornece uma introdução à probabilidade, por meio de experimentação e discussão. A representação de probabilidade como fração reforça o conceito de uma razão entre a quantidade de eventos favoráveis e a quantidade de eventos possíveis.

Material: Cadernos; lápis, dados com 6 faces.

Abordagem: Forme grupos de três estudantes. Dê a cada grupo um dado de probabilidade, (um dado com quatro lados amarelos e dois azuis) ou um dado normal - neste caso 1, 2, 3 e 4 correspondem a uma face amarela e 5, 6 a uma face azul. Explique o cenário e peça a cada grupo para lançar seu dado, para simular um jogo de futebol.

Os grupos devem anotar as ocorrências dos diferentes resultados possíveis, a saber: vitória do time 1, vitória do time 2, empate com primeiro gol do time 1 e empate com o primeiro gol do time 2. São simuladas 36 "partidas", correspondendo a uma competição completa, conforme o enunciado.

Perguntas chaves: Quem provavelmente marcará mais pontos? Por quê?

- Isso significa que eles sempre vencerão?
- Algum dos resultados da contagem é interessante ou surpreendente? Por quê?
- Quais são as diferentes formas de obter um empate?

Extensão: O que você acha que aconteceria se o time 1 tivesse três vezes mais chances de marcar pontos do que o time 2? Como isso mudaria os resultados esperados?

Observe: As conjecturas levantadas antes da experimentação devem ser retomadas após a obtenção e organização das informações. As hipóteses serão sustentadas se for verificada concordância com os dados experimentais.

A representação em uma lista de resultados, em uma tabela ou em um diagrama, ainda que sejam todas no contexto numérico exploram a multiplicidade de apresentação de uma probabilidade.

²⁵ Disponível em: <https://nrich.maths.org/9546> Acessado em: 17 de fev de 2020

Conexões:

Flexibilidade numérica: representando números e calculando resultados.

Fazendo pesquisas: o que quero saber? Quais perguntas fazer? Como ler e representar as informações?

As operações e diferentes representações de número racionais nesta atividade fazem conexão com a grande ideia “Flexibilidade numérica” enquanto a noção de aleatoriedade de um fenômeno empírico e as estratégias de organização e representação de dados estão relacionados com a grande ideia “Fazendo pesquisas”.

11. Referências Bibliográficas

BISHOP, A. J. **Enculturación matemática**: la educación matemática desde una perspectiva cultural. Traducción de Genis Sánchez Barberán. Barcelona: Paidós, 1999.

BOALER, Jo; MUNSON, Jen; WILLIAMS, Cathy. **O que é a Beleza Matemática? Ensinando por meio de grandes ideias e conexões**. Youcubed - Universidade de Stanford, 2017. Disponível em: <https://www.youcubed.org/wp-content/uploads/2020/01/O-que-%C3%A9-a-Beleza-Matem%C3%A1tica.pdf>

Bureau Internacional de Educação da UNESCO (UNESCO-IBE). **Glossário de Terminologia Curricular**. UNESCO: Brasília, 2016. Tradução: Rita Brossard.

CHARLES, R. I. (2005). [Big Ideas and understandings as the foundation for elementary and middle school mathematics](#). Journal of Mathematics Education and Leadership 7 (3), pp 9-24.

CITY, Elizabeth A.; ELMORE, Richard F.; FIARMAN, Sarah E. Fiarman; TEITEL, Lee. **Rodadas Pedagógicas**: Como o Trabalho em Redes pode Melhorar o Ensino e a Aprendizagem. Porto Alegre: Editora Penso, 2014.

FONSECA, Vitor da. **Importância das emoções na aprendizagem**: uma abordagem neuropsicopedagógica. Artigo Especial - Ano 2016 - Volume 33 - Edição 102. Disponível em: <https://bit.ly/2KKbsAO>. Acesso em: 27 de nov 2020

GRAY, Eddie; TALL, David. (1994). Duality, ambiguity, and flexibility: A “proceptual” view of simple arithmetic. In: **Journal for Research in Mathematics Education**, 25(2), pp. 116–140. 1994.

MOREIRA, M.; 1997. Aprendizagem significativa: um conceito subjacente. Encontro Internacional sobre el Aprendizaje Significativa. In: **Actas**, pp.17-44. Universidade de Burgos.

PIRES, Célia Maria Carolino (1948-2017). Formulações basilares e reflexões sobre a inserção da Matemática no currículo, visando a superação do binômio máquina e produtividade. In: **Educação Matemática em Pesquisa**, São Paulo, v. 6, n. 2, pp. 29-61, 2004

PONTE, J. P.; BRANCO, N.; MATOS, A. **Álgebra no ensino básico**. Lisboa: DGIDC, 2009.

STEEN, L.A. (Ed). **On the shoulders of giants**: New approaches to numeracy. Washington: National Academy Press, 1990. Disponível em: <http://www.nap.edu/openbook.php?isbn=0309042348>